

Optimierung der Positionsbestimmung der Sensoreinheiten der Magnetfeldüberwachung des KATRIN-Hauptspektrometers

Bachelorarbeit
von

Tizian Marco Römer

am Institut für Experimentelle Teilchenphysik (ETP)
des Karlsruher Instituts für Technologie (KIT)

Erstgutachter: Prof. Dr. Guido Drexlin
Zweitgutachter: Dr. Moritz Erhard
M. Sc. Marco Deffert

Datum der Abgabe: 25.07.2017

Erklärung zur Selbstständigkeit

Ich versichere, dass ich diese Arbeit selbstständig verfasst habe und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe, die wörtlich oder inhaltlich übernommenen Stellen als solche kenntlich gemacht und die Satzung des KIT zur Sicherung guter wissenschaftlicher Praxis in der gültigen Fassung vom 17.05.2010 beachtet habe.

Karlsruhe, 25.07.2017

Tizian Marco Römer

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Neutrinoophysik	3
2.1	Entdeckungsgeschichte der Neutrinos	4
2.2	Neutrinooszillation	5
2.3	Die Masse der Neutrinos	5
3	Das KATRIN-Experiment	7
3.1	Tritium- β -Zerfall	7
3.2	MAC-E-Filter	8
3.3	Aufbau des KATRIN-Experiments	10
3.3.1	TLK-Bereich	10
3.3.2	Spektrometer- und Detektorbereich	11
4	Magnetfelder am KATRIN-Experiment	13
4.1	EMCS und LFCS	13
4.2	Magnetfeldüberwachung	13
5	Positions- und Orientierungsbestimmung der Bartington-Sensoren	17
5.1	Bestimmung des Laserursprungs	19
5.1.1	Numerische Berechnung	20
5.1.2	Basisvektoren des Lasersystems	21
5.2	Bestimmung der Magnetometerposition und -orientierung	21
5.3	Präzision der Positions- und Orientierungsbestimmung	23
5.4	Positionsbestimmung der Laserpunkte auf den Zielplatten	26
5.5	Vergleichsmessungen mit Lasertracker	27
6	Magnetfeldanalyse	31
6.1	Abweichung von Simulation und Messung in Abhängigkeit der Luftspulenstromstärke	32
6.2	Langfristige Analyse von Nullfeldmessungen	33
7	Zusammenfassung und Ausblick	35
	Anhang	37
A	Nomenklatur der Sensorinseln	37

B Übersicht über die Funktionsweise und Klassenstruktur von KLaPoS	39
B.1 Bildschirmausgabe und Benutzerschnittstelle	39
B.2 Klassenstruktur	40
C Maße der Sensorinseln	43
Abkürzungsverzeichnis	45
Abbildungsverzeichnis	47
Tabellenverzeichnis	47
Literatur	49

KAPITEL 1

Einleitung

Das im Jahre 1930 von Wolfgang Pauli postulierte und 1956 experimentell nachgewiesene Neutrino ist eines der elementaren Teilchen des Standardmodells der Teilchenphysik [Pau30][Cha32][Gri08]. Da Neutrinos keine elektrische Ladung tragen und die geringste Ruhemasse aller massiven Elementarteilchen besitzen, ist es besonders schwierig, sie nachzuweisen oder Wechselwirkungen von Neutrinos zu detektieren. Insbesondere ist es in der bisherigen Forschungsgeschichte nicht gelungen, die Ruhemasse der Neutrinos zu messen; bisherige Experimente konnten lediglich Obergrenzen für die Neutrinomasse ermitteln [Ase11]. Einen Überblick über die Forschungsgeschichte der Neutrinophysik bietet Kapitel 2.

Im heutigen Universum befinden sich über 300 Neutrinos in jedem Kubikzentimeter, sie sind daher auch für die Kosmologie von großer Bedeutung [Sch06, S. 164]. Um die Neutrinomasse modellunabhängig zu messen, wird seit 2001 am Karlsruher Institut für Technologie (KIT) das weltweit einmalige Karlsruhe-Tritium-Neutrino-Experiment (KATRIN-Experiment) geplant und aufgebaut [KAT05]. Die Neutrinomasse soll damit erstmals mit einer Sensitivität von 0,2 eV bestimmt werden. Der Beginn der eigentlichen Messungen ist für das Frühjahr 2018 geplant. Das KATRIN-Experiment nutzt den β -Zerfall von Tritium (^3H), bei dem ein Neutrino und ein Elektron emittiert werden. Die Energie von Elektronen lässt sich vergleichsweise einfach bestimmen und schließlich kann nach dem Prinzip der Energieerhaltung auf die Masse des Neutrinos rückgeschlossen werden. Details über das Messprinzip und den Aufbau des KATRIN-Experiments finden sich in Kapitel 3.

Die Elektronen werden entlang von Magnetfeldlinien durch den rund sieben Meter langen, vakuumierten experimentellen Aufbau von KATRIN geführt. Dabei ist es notwendig, die Magnetfeldstärke an jedem Punkt im Raum möglichst genau zu kennen; zu diesem Zweck wurden umfangreiche Computersimulationen entwickelt. Um diese simulierten Magnetfeldwerte zu kontrollieren, wurden verschiedene Systeme von Magnetfeldsensoren installiert (siehe Kapitel 4), deren Position und Ausrichtung im Raum exakt bekannt sein müssen, sodass ein Vergleich mit den simulierten Magnetfeldwerten an diesem Ort möglich ist. Marco Antoni hat im Jahre 2013 im Rahmen einer Masterarbeit ein Konzept zur Positions- und Orientierungsbestimmung der verwendeten Bartington-Magnetometer erarbeitet und mit der Umsetzung begonnen [Ant13]. Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich in erster Linie mit der Weiterentwicklung und Optimierung dieser Positions- und Orientierungsbestimmung.

Dieses Konzept von Marco Antoni, sowie die im Rahmen dieser Arbeit vorgenommenen Weiterentwicklungen und Optimierungen, werden in Kapitel 5 vorgestellt. Dies beinhaltet insbesondere die Erweiterung der Software KLaPoS (*KATRIN Laser Positioning System*) um wesentliche praxisrelevante Funktionen. Des Weiteren wurde das System zur Positions- und Orientierungsbestimmung erstmals am tatsächlichen Einsatzort, nämlich dem KATRIN-

Hauptspektrometer, getestet.

Abschließend wurden unter Verwendung dieser neuen Positions- und Orientierungsbestimmung Magnetfeldanalysen durchgeführt, das heißt für verschiedene Magnetfeldkonfigurationen wurden die gemessenen magnetischen Feldstärken mit den simulierten verglichen. Die Ergebnisse dieser Analysen werden in Kapitel 6 vorgestellt.

KAPITEL 2

Neutrino-physik

Die Neutrinos gehören zu den – je nach Zählweise bis zu 61 – Elementarteilchen im Standardmodell der Teilchenphysik [Gri08, S. 50]. Eine Übersicht über die verschiedenen Elementarteilchen bietet Abbildung 2.1. Neutrinos treten in drei Generationen auf; diese drei verschiedenartigen Neutrinos heißen Elektron-Neutrino, Myon-Neutrino und Tau-Neutrino, wobei jeweils noch ein zugehöriges Antineutrino existiert.

Dieses Kapitel bietet eine Übersicht über die Forschungsgeschichte der Neutrino-physik. Im Abschnitt 2.1 wird die Geschichte der Entdeckung und die Erforschung grundlegender Eigenschaften ab dem Jahre 1930 erläutert. Schließlich fanden sich in den späten 1960er Jahren erstmals Hinweise auf das Phänomen der Neutrinooszillation, das voraussetzt, dass Neutrinos *nicht* masselos sind (siehe Abschnitt 2.2). Im Abschnitt 2.3 wird schließlich erläutert, welche Erkenntnisse sich bisher über die Neutrino*masse* gewinnen ließen.

	Generation I	Generation II	Generation III		
Masse	2,3 MeV	1,3 GeV	173 GeV	0	126 GeV
Ladung	2/3	2/3	2/3	0	0
Spin	1/2	1/2	1/2	1	0
	u Up	c Charm	t Top	γ Photon	H Higgs-Boson
	4,8 MeV	95 MeV	4,2 GeV	0	
	-1/3	-1/3	-1/3	0	
	1/2	1/2	1/2	1	
Quarks	d Down	s Strange	b Bottom	g Gluon	
	< 2 eV	< 0,2 eV	< 18,2 MeV	91,2 GeV	
	0	0	0	0	
	1/2	1/2	1/2	1	
	ν_e Elektron-Neutrino	ν_μ Myon-Neutrino	ν_τ Tau-Neutrino	Z Z-Boson	
	0,51 MeV	106 MeV	1,78 GeV	80,4 GeV	
	-1	-1	-1	±1	
	1/2	1/2	1/2	1	
Leptonen	e Elektron	μ Myon	τ Tau	W[±] W-Boson	Eichbosonen

Abbildung 2.1: Übersicht der Elementarteilchen des Standardmodells. Quarks und Leptonen haben zusätzlich jeweils ein Antiteilchen, die Quarks existieren in je drei Farbladungen. Außerdem gibt es acht Gluonen, die sich in der Farbladung unterscheiden. Insgesamt ergibt dies 61 Elementarteilchen [Gri08, S. 50]. Grafik nach [Mis10].

2.1 Entdeckungsgeschichte der Neutrinos

Die Geschichte der Neutrinophysik reicht zurück bis in das Jahr 1930. Damals wurde beobachtet, dass Elektronen aus einem β -Zerfall mit einem kontinuierlichen Energiespektrum hervorgehen. Beim β -Zerfall zerfällt ein Kern A unter Aussendung eines Elektrons e^- in einen leichteren Kern B,

$$A \rightarrow B + e^-, \quad (2.1)$$

und rein kinematisch ist bei einem Zerfall in zwei Produkte nur *eine bestimmte* Elektronenenergie mit den Energie- und Impulserhaltungssätzen vereinbar [Gri08, S. 24]. Anstatt die Erhaltungssätze in Frage zu stellen, vermutete Wolfgang Pauli, dass neben dem Elektron ein weiteres Teilchen emittiert wird, das experimentell nicht entdeckt worden war, da es elektrisch neutral ist [Pau30][Cha32].

Nachdem zwischenzeitlich das *Neutron* entdeckt worden war [Cha32], legte Enrico Fermi 1934 eine umfassende Theorie des β -Zerfalls auf der Ebene der Nukleonen vor [Fer34], die letztlich auf die Zerfallsgleichung in ihrer heutigen Form

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e \quad (2.2)$$

führte: Ein Neutron aus Kern A zerfällt in ein Proton – wodurch Kern A zu Kern B wird – und emittiert dabei ein Elektron und ein Antineutrino $\bar{\nu}_e$ [Gri08, S. 25]. Ein direkter experimenteller Nachweis des Neutrinos wurde erstmals 1956 veröffentlicht [Cow56]. Erst kurz darauf verdichteten sich die Hinweise, dass das Neutrino nicht sein eigenes Antiteilchen ist, dass sich also das Antineutrino $\bar{\nu}_e$ vom Neutrino ν_e unterscheidet [Gri08, S. 27–28].

Des Weiteren fiel auf, dass der Zerfall eines Myons in ein Elektron und ein Photon,

$$\mu \rightarrow e^- + \gamma, \quad (2.3)$$

experimentell nicht beobachtet werden konnte. Dies legte nahe, dass Zerfälle über verschiedene Generationen hinweg nicht möglich sind. Der Zerfall

$$\mu \rightarrow e^- + \nu + \bar{\nu} \quad (2.4)$$

hingegen wurde beobachtet. Unter der Annahme, dass es verschiedene Arten von Neutrinos gibt, nämlich Elektron- und Myon-Neutrinos, lässt sich dieser Unterschied beschreiben, indem die Elektronen- und Myonenzahl eingeführt wird, wobei auch Elektron- und Myon-*Neutrinos* die Elektronen- bzw. Myonenzahl +1 tragen. Die Elektronen- und Myonenzahlen von Antiteilchen haben jeweils ein negatives Vorzeichen. Bei Gleichung 2.3 sind diese Zahlen nicht erhalten, bei Gleichung 2.4 hingegen schon, insofern Gleichung 2.4 als

$$\mu \rightarrow e^- + \nu_\mu + \bar{\nu}_e \quad (2.5)$$

geschrieben wird [Gri08, S. 28–29]. Tatsächlich wurde das Myon-Neutrino 1962 am Brookhaven National Laboratory in New York experimentell nachgewiesen [Dan62].

Experimentelle Hinweise auf die Existenz von Teilchen der *dritten* Generation gab es ab 1975 [Per75]. Das zuerst entdeckte Teilchen dieser Generation war das Tauon, das letzte schließlich das Tau-Neutrino, das im Jahre 2000 am DONUT-Experiment (*Direct Observation of the Nu Tau*) direkt nachgewiesen werden konnte [Kod01][Gri08, S. 47][Fer00].

2.2 Neutrinooszillation

Im Jahre 1939 stellte Hans Bethe erstmals detaillierte Reaktionsketten für die Kernfusionen in der Sonne vor [Bet39]. Bei einigen der einzelnen Reaktionsschritte werden auch Elektron-Neutrinos emittiert, die nahezu ohne zu wechselwirken aus dem Inneren der Sonne austreten. Die berechnete Anzahl an Neutrinos lag allerdings dreimal höher, als diejenige, die experimentell ermittelt wurde. Dies ist unter dem Namen *Solares Neutrino* bekannt [Pov14, S. 170][Gri08, S. 390].

Später konnte schließlich mit Experimenten, die auch in der Lage waren, Myon- und Tau-Neutrinos zu registrieren, die von Bruno Pontecorvo 1968 vorgeschlagene Neutrinooszillation nachgewiesen werden [Gri08, S. 390–395]. 1968 waren nur zwei Generationen von Neutrinos bekannt und Pontecorvo nahm an, dass sich ein Neutrino im Allgemeinen in einer Überlagerung aus den Elektron-Neutrino- und Myon-Neutrino-Zuständen ν_e bzw. ν_μ befindet [Gri08, S. 390]. Die Überlagerungszustände ν_\pm lassen sich dann schreiben als

$$\begin{pmatrix} \nu_+ \\ \nu_- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_+ \\ \nu_- \end{pmatrix}. \quad (2.6)$$

Da ν_\pm Eigenfunktionen des Hamilton-Operators sind, das heißt auch stationäre Lösungen der Schrödinger-Gleichung, ist ihre Zeitentwicklung trivial und die Zeitentwicklung von ν_e lässt sich schreiben als [Pov14, S. 166]

$$|\nu_e(t)\rangle = \cos \theta e^{-iE_+t/\hbar} |\nu_+\rangle - \sin \theta e^{-iE_-t/\hbar} |\nu_-\rangle. \quad (2.7)$$

Die Energien E_\pm und damit auch die Neutrinomassen sind daher den sogenannten *Massenzuständen* ν_\pm zugeordnet, die gegenüber den *Wechselwirkungszuständen* $\nu_{e,\mu}$ um θ verdreht sind. Die Wahrscheinlichkeit, ein Elektron-Neutrino nach einer Zeit t zu finden ist dann [Pov14, S. 166][Gri08, S. 392]

$$|\langle \nu_e | \nu_e(t) \rangle|^2 = 1 - \sin^2(2\theta) \sin^2\left(\frac{E_+ - E_-}{2\hbar} t\right) = \sin^2(2\theta) \sin^2\left(\frac{m_+^2 - m_-^2}{4\hbar E} c^3 x\right), \quad (2.8)$$

wobei ultrarelativistisch genähert und die Zeit t über $x = ct$ durch eine Strecke x dargestellt wurde. Insofern $\theta \neq 0$ und $m_+^2 - m_-^2 \neq 0$ sind, oszillieren die Neutrinos auf ihrem Weg von der Sonne zur Erde zwischen den verschiedenen Wechselwirkungszuständen, kommen also auf der Erde mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit in einem Myon-Neutrino-Zustand an und konnten so in den früheren Experimenten nicht nachgewiesen werden.

Seit der Entdeckung des Tau-Neutrinos ist bekannt, dass es tatsächlich mindestens drei Wechselwirkungs- und Massenzustände gibt, wodurch sich die Formulierung verkompliziert. Gleichwohl gilt auch für drei Generationen, dass für die Neutrinooszillation lediglich die Differenzen der quadrierten Massen $\Delta m_{ij}^2 := m_i^2 - m_j^2$ eine Rolle spielen [Gri08, S. 395].

2.3 Die Masse der Neutrinos

Obwohl es keinen besonderen Grund dafür gab, wurden Neutrinos im Rahmen des Standardmodells oftmals als masselos angenommen, nicht zuletzt, um Rechnungen zu vereinfachen [Gri08, S. 392]. Da die Neutrinooszillation aber nur für $\Delta m_{ij}^2 \neq 0$ möglich ist, muss zumindest eine der Massen ungleich null sein. Experimentell wurde ermittelt, dass die größte der

drei Massedifferenzen

$$\max |\Delta m_{ij}| \approx 0,05 \text{ eV} \quad (2.9)$$

beträgt [Pov14, S. 177 f.]. Da Massen stets positiv sind, entspricht dieser Wert auch der Untergrenze für die größte der drei Neutrinomassen.

Die aktuelle Obergrenze für die Neutrinomasse aus einem modellunabhängigen Experiment stammt aus dem russischen Troitsk-Experiment, das in den Jahren 1994 bis 2004 Messdaten sammelte und das gleiche Messprinzip wie KATRIN nutzte, und beträgt 2,05 eV [Ase11]. Weitere Zahlenwerte für eine maximal mögliche Summe der drei Neutrinomassen lassen sich mittels verschiedener Modelle aus der Kosmologie angeben. Diese bewegen sich im Bereich von 0,66 eV bis hin zu 0,23 eV, abhängig von den Messungen, Modellen und Annahmen, die in die Berechnung einfließen [Oli14, S. 253].

KAPITEL 3

Das KATRIN-Experiment

Das KATRIN-Experiment wurde entwickelt, um die Neutrinomasse modellunabhängig mit einer bisher unerreichten Sensitivität von 0,2 eV zu bestimmen [KAT05, S. 9]. Dazu wird das Energiespektrum der Elektronen aus dem β -Zerfall von Tritium gemessen. Die Physik des Tritium-Zerfalls ist in Abschnitt 3.1 detaillierter beschrieben. Im Abschnitt 3.2 wird das Funktionsprinzip eines MAC-E-Filters erläutert, mithilfe dessen bei KATRIN das Energiespektrum der Elektronen mit einer Auflösung von unter 1 eV vermessen wird [KAT05, S. 42]. Zuletzt wird im Abschnitt 3.3 der experimentelle Aufbau mit seinen wesentlichen Elementen kurz skizziert.

3.1 Tritium- β -Zerfall

Beim radioaktiven Tritium- β -Zerfall zerfällt ein Tritiumkern in einen Heliumkern, ein Elektron und ein Elektron-Antineutrino [KAT05, S. 28]:



Bei diesem Prozess wird eine Energie von $E_0 = 18,591$ keV frei, die sich zufällig auf den Heliumkern, das Elektron und das Neutrino aufteilt, wobei die Ruhemasse des Neutrinos in dieser Energie E_0 enthalten ist [Les13, S. 45]. Die maximal mögliche kinetische Energie des Elektrons ist somit $E_0 - m_{\bar{\nu}_e}$. Offensichtlich hängt somit die Form des Energiespektrums

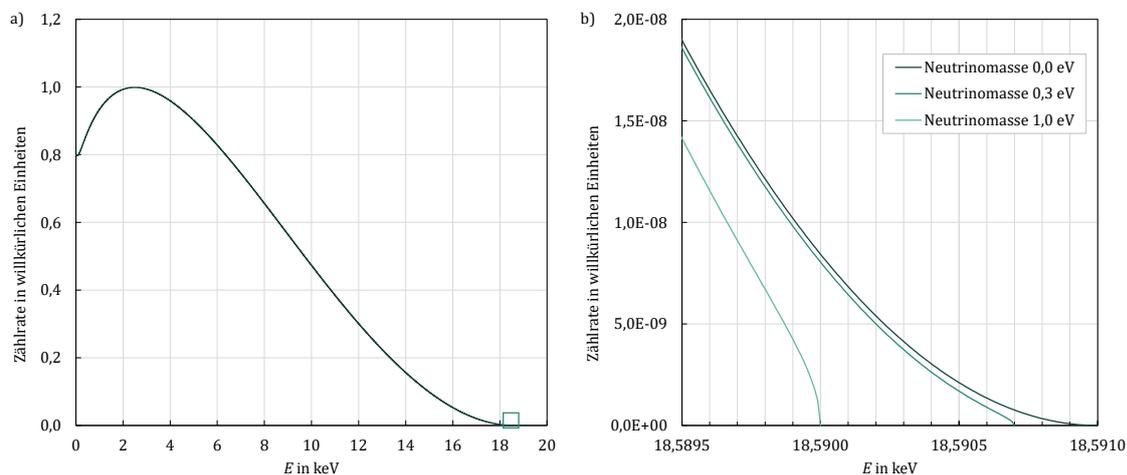


Abbildung 3.1: Energiespektrum der Elektronen aus dem Tritium- β -Zerfall. a) zeigt das gesamte Spektrum für den Fall, dass die Neutrinomasse $m_{\bar{\nu}_e} = 0$ ist. b) zeigt einen kleinen Ausschnitt des Spektrums nahe der Endpunktenergie $E_0 = 18,591$ keV für drei verschiedene Neutrinomassen. Grafik nach [Zyk12].

der Elektronen – vor allem im Bereich hoher Energien – von der Neutrinomasse ab (siehe Abbildung 3.1). Die Anzahl N an Elektronen, die beim β -Zerfall in einem Energieintervall $[E, E + dE]$ pro Zeit dt emittiert werden, beträgt [Har15, S. 23][KAT05, S. 28]

$$\frac{d^2 N}{dE dt} = \frac{G_F^2 \cos^2 \theta_C}{2\pi^3} |\mathcal{M}| F(Z, E) p(E + m_e) (E_0 - E) \sqrt{(E_0 - E)^2 - m_{\bar{\nu}_e}^2} \Theta(E_0 - E - m_{\bar{\nu}_e}). \quad (3.2)$$

Dabei ist G_F die Fermi-Kopplungskonstante, θ_C der Cabibbo-Winkel und \mathcal{M} das Matrixelement des β -Zerfalls. $m_{\bar{\nu}_e}$ ist die Neutrinomasse und durch die Heaviside-Thetafunktion $\Theta(E_0 - E - m_{\bar{\nu}_e})$ geht ein, dass Elektronenenergien $E > E_0 - m_{\bar{\nu}_e}$ nicht erlaubt sind. Da der Tochterkern positiv geladen ist, bremst er das Elektron durch die Coulomb-Wechselwirkung ab; dieser Effekt wird durch die Fermi-Funktion $F(Z, E)$ berücksichtigt.

Hauptziel des KATRIN-Experimentes ist es, dieses Energiespektrum im Bereich nahe E_0 möglichst genau zu vermessen, um durch einen Fit von Gleichung 3.2 an die Messdaten die Neutrinomasse zu bestimmen [KAT01, S. 46 f.].

Zur Bestimmung der Neutrinomasse ist der β -Zerfall von Tritium im Vergleich mit anderen Elementen besonders geeignet, unter anderem [KAT01, S. 10]

- da die Zerfallsenergie E_0 relativ gering ist, sodass die Neutrinomasse relativ zu E_0 größer ist, als bei anderen Elementen,
- wegen der vergleichsweise kurzen Halbwertszeit Tritiums von 12,3 Jahren [Luc00], sodass für eine ausreichende Aktivität geringere Stoffmengen nötig sind, sowie
- wegen des einfachen atomaren Aufbaus von Tritium, durch den eine zuverlässige Berechnung der Fermi-Funktion ermöglicht wird.

Das am Campus Nord des Karlsruher Instituts für Technologie ansässige Tritiumlabor Karlsruhe (TLK) ist das einzige wissenschaftliche Labor, das eine Lizenz zur Handhabung der erforderlichen Mengen an Tritium und einen geschlossenen Tritium-Zyklus besitzt [KAT05, S. 48].

3.2 MAC-E-Filter

Um das Energiespektrum der Elektronen zu bestimmen, werden diejenigen emittierten Elektronen, deren Energie unterhalb eines variablen Wertes E_{\min} liegt, durch einen sogenannten MAC-E-Filter¹ abgefangen [KAT05, S. 34]. Hinter diesem Spektrometer befindet sich der Fokalebeneendetektor (*Focal Plane Detector*, FDP), der diese Elektronen mit $E > E_{\min}$ unabhängig von ihrer genauen Energie lediglich zählt [Erh16, S. 31].

Der MAC-E-Filter sortiert die Elektronen über ein elektrisches Gegenfeld mit einem minimalen Potential von $U_0 \approx -18,6$ keV in der Mitte des Spektrometers aus. Die Elektronen werden dabei, wie in Abbildung 3.2 illustriert, auf Spiralbahnen entlang von magnetischen Feldlinien geführt, das heißt die Geschwindigkeit und damit auch die kinetische Energie hat einen Anteil E_{\parallel} parallel zum magnetischen Feld sowie einen Anteil E_{\perp} senkrecht dazu, sodass [Erh16, S. 16]

$$E = E_{\parallel} + E_{\perp} = E \cos^2 \theta + E \sin^2 \theta. \quad (3.3)$$

¹ Die Abkürzung steht für *Magnetic Adiabatic Collimation combined with an Electrostatic Filter*, zu Deutsch *Magnetische adiabatische Kollimation mit elektrostatischem Filter*.

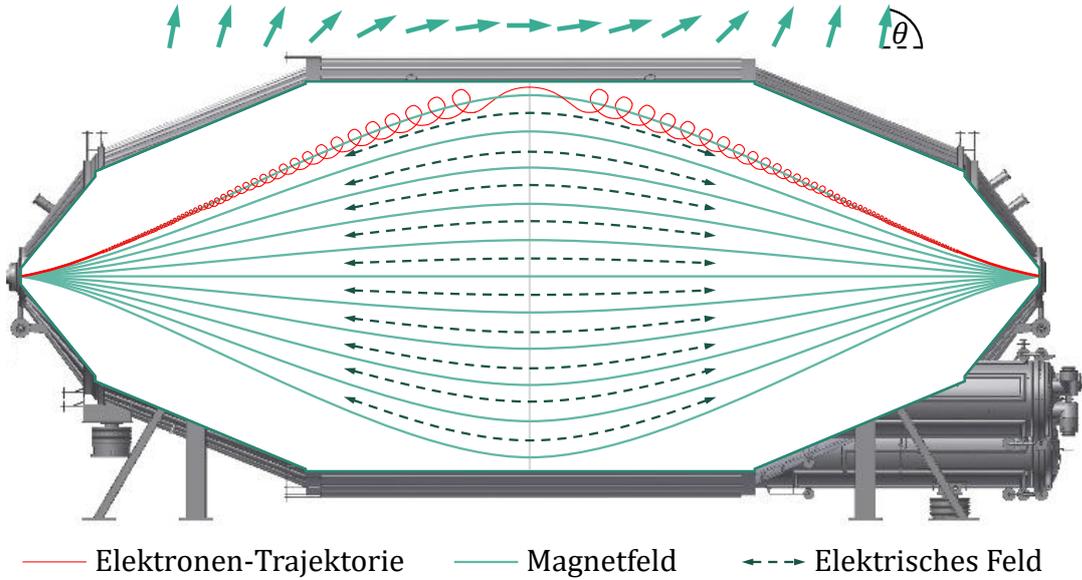


Abbildung 3.2: Schema des MAC-E-Filter-Prinzips. Die Elektronen laufen auf Spiralbahnen entlang der Magnetfeldlinien. Diese divergieren in Richtung Analysierebene im Zentrum des Spektrometers (hellgraue, vertikale Linie). Dadurch geht die zum Magnetfeld senkrechte Komponente des Impulses/der kinetischen Energie $E_{\perp} = E \sin^2 \theta$ gegen null. Die Ausrichtung des Impulses relativ zu den Magnetfeldlinien wird durch die Ausrichtung der Pfeile im oberen Teil der Abbildung dargestellt (ohne Berücksichtigung des Retardierungspotentials). Das elektrische Gegenfeld wird durch ein Elektrodenystem an der Innenwand des Spektrometers erzeugt. Grafik nach [Erh16, S. 17] unter Verwendung von [KAT12].

Dabei ist θ der Winkel zwischen dem Elektronenimpuls und dem Magnetfeld. Da das elektrische Feld parallel zum magnetischen Feld verläuft, kann eine Energieselektion nur bezüglich E_{\parallel} stattfinden; es ist also notwendig den senkrechten Energieanteil E_{\perp} so weit wie möglich zu verringern. Die Spiralbahn des Elektrons resultiert in ein magnetisches Moment [Erh16, S. 16]

$$\mu = \frac{-e}{2m_e} |\vec{L}| = \frac{E_{\perp}}{B} \quad (3.4)$$

und dieses Moment ist konstant, solange sich das Magnetfeld räumlich nur adiabatisch, also langsam, ändert. Vergleicht man den Zustand eines Elektrons an einem initialen Ort i mit Magnetfeld B_i und an einem finalen Ort f mit Magnetfeld B_f , so zeigt sich, dass für $B_f \ll B_i$ der Winkel $\theta_f \approx 0$ ist,

$$\frac{B_f}{B_i} = \frac{E_{\perp,f}}{E_{\perp,i}} = \frac{\sin^2 \theta_f}{\sin^2 \theta_i} \Leftrightarrow \sin^2 \theta_f = \frac{B_f}{B_i} \sin^2 \theta_i, \quad (3.5)$$

dass sich das Elektron also nahezu parallel zum Magnetfeld und damit auch zum elektrischen Feld bewegt [Erh16, S. 16 f.].

Ein supraleitender Magnet vor dem Eingang des Spektrometertanks erzeugt das nötige starke Magnetfeld von $B_i = 3,6 \text{ T}$, das bis zum Zentrum des Spektrometers auf $B_f = 0,3 \text{ mT} \ll B_i$ abfällt [KAT05, S. 46]. Durch die Länge des Spektrometertanks von 23,2 m ist eine adiabatische Kollimation gewährleistet [Jur08, S. 31][Erh16, S. 17].

3.3 Aufbau des KATRIN-Experiments

Der experimentelle Aufbau des KATRIN-Experiments hat eine Längsausdehnung von rund siebenzig Metern [KAT05, S. 48]. Etwa die Hälfte davon ist in das TLK integriert; in diesem Bereich wird das Tritium in die Anlage eingespeist und schließlich auch wieder entnommen – zum einen, um zu verhindern, dass der radioaktive Stoff das TLK verlässt, zum anderen, um es wiederaufbereiten und erneut in die Anlage einspeisen zu können [Erh16, S. 27]. Die Elektronen werden dabei durch das Strahlrohr (*Beam Tube*) durch die verschiedenen Komponenten geführt, eine vakuumierte Röhre mit einem Durchmesser zwischen 75 und 90 mm [KAT05, S. 50/67/70]. Im Anschluss daran befindet sich, außerhalb des TLK, die Spektrometer- und Detektorhalle. Dort werden die Elektronen abhängig von ihrer Energie gezählt.

3.3.1 TLK-Bereich

Der TLK-Bereich des Experiments besteht aus dem rückwärtigen Bereich (*Rear Section*), der zur Kalibrierung verwendet wird, der fensterlosen gasförmigen Tritiumquelle (*Windowless Gaseous Tritium Source*, WGTS) sowie den differentiellen und kryogenischen Pumpbereichen (*Differential Pumping Section*, DPS, und *Cryogenic Pumping Section*, CPS).

Tritium wird im Zentrum der WGTS mit einer Rate von 10^{19} Molekülen pro Sekunde und einer Temperatur von 30 K eingeleitet und auch auf dieser Temperatur gehalten, um eine Verschmierung der Elektronenenergien durch einen Doppler-Effekt zu verhindern [Erh16, S. 26 f.]. Die Tritium-Moleküle bleiben im Mittel etwa eine Sekunde lang in der WGTS, wobei die Zerfallswahrscheinlichkeit während dieser Zeit für ein einzelnes Molekül 10^{-9} beträgt. Somit ergibt sich eine Aktivität in der Größenordnung von 10^{10} Zerfällen pro Sekunde [KAT05, S. 50]. Zu beiden Enden der WGTS befinden sich Turbomolekularpumpen, die das Tritiumgas absaugen und so den Gasfluss in Richtung Detektor um den Faktor 100 reduzieren [Erh16, S. 27]

Tritium, das nicht in der WGTS abgesaugt wurde, kann in den Spektrometerbereich gelangen, dort zerfallen und für Untergrund sorgen. Dieser Untergrund darf maximal 10^{-3} Zerfälle pro Sekunde betragen und dazu muss der Gasfluss nach der WGTS (aber vor dem Spektrometerbereich) um einen weiteren Faktor von 10^{11} verringert werden [KAT05,

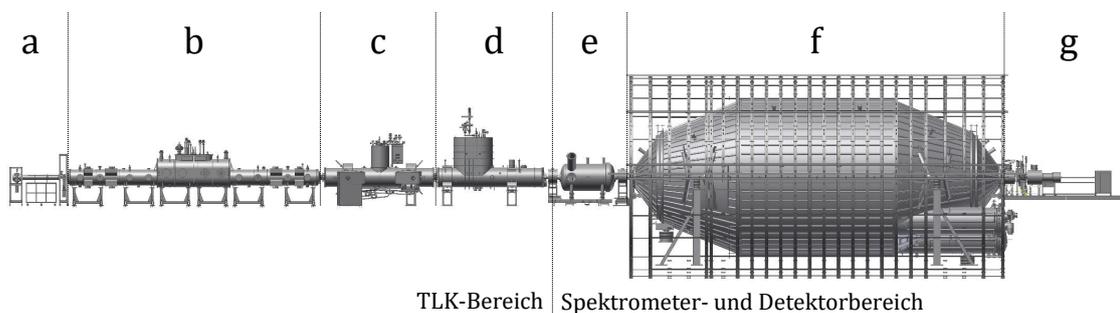


Abbildung 3.3: Aufbau des KATRIN-Experiments. Der rückwärtige Bereich (a) wird zur Kalibrierung und Überwachung der WGTS (b) benutzt, in die das Tritiumgas eingeleitet und aus der es auch wieder abgepumpt wird. In der CPS (c) und DPS (d) werden übrig gebliebene Tritium-Moleküle entfernt, um zu verhindern, dass Tritium in den Spektrometerbereich gelangt. Das Vorspektrometer (e) reflektiert Elektronen mit geringer Energie und das Hauptspektrometer (f) sortiert Elektronen energieabhängig mit großer Auflösung aus. Der FPD (g) zählt alle auftreffenden Elektronen. Grafik basierend auf [KAT12].

S. 50]. Dazu befindet sich zwischen der WGTS und dem Spektrometerbereich die DPS und CPS.

Die DPS lässt sich in fünf Abschnitte unterteilen, wobei das Strahlrohr zwischen den Abschnitten jeweils um 20° abknickt, sodass ungeladene Tritium-Moleküle nicht auf einem geradlinigen Weg in den Spektrometerbereich gelangen können [Luk11][Luo06]. Pro Abschnitt erzeugt eine supraleitende Spule ein Magnetfeld von 5,6 T, um die Elektronen durch das Strahlrohr zu führen. Zwischen den Abschnitten befinden sich insgesamt vier Turbomolekularpumpen, die den Tritium-Gasfluss weiter reduzieren [Erh16, S. 28]. Zudem befindet sich im fünften Segment eine Ringelektrode, die positiv geladene Tritium-Ionen blockiert [Sac15, S. 67].

In der CPS wird das Strahlrohr auf 3 K abgekühlt, sodass die Tritium-Moleküle an der Innenwand des Strahlrohrs adsorbieren. Die Innenwand ist dabei mit einer Argon-Schicht ausgekleidet und das Strahlrohr knickt – ähnlich wie schon bei der DPS – zweimal um 15° ab [Jan15, S. 42].

3.3.2 Spektrometer- und Detektorbereich

Im Anschluss an das TLK befindet sich die Spektrometerhalle. Dort befindet sich das Vorspektrometer, das Hauptspektrometer – die beide nach dem MAC-E-Filter-Prinzip funktionieren [Erh16, S. 29] – und schließlich der Fokalebenendetektor.

Das Vorspektrometer ist 3,4 m lang bei einem Durchmesser von 1,7 m. Es reflektiert sämtliche Elektronen mit einer Energie $E < 18,3$ eV, die ohnehin keine verwertbare Information über die Neutrinomasse enthalten. Dadurch wird der Elektronenfluss im Hauptspektrometer von 10^{10} auf 10^4 Elektronen pro Sekunde reduziert, sodass die Wahrscheinlichkeit einer Streuung an Restgasatomen verringert und der Untergrund reduziert wird [Sta13, S. 18].

Das Hauptspektrometer hat eine Länge von 23,2 m [Jur08, S. 31] und einen Durchmesser von 9,9 m. Diese Ausmaße gewährleisten ein großes Verhältnis zwischen anfänglichem Magnetfeld B_S und minimalem Magnetfeld B_{\min} bei gleichzeitiger adiabatischer Magnetfeldänderung. Dadurch wird eine Energieauflösung von 0,93 eV erreicht. Sowohl Vor- als auch Hauptspektrometer stehen unter Ultrahochvakuum-Druck im Bereich von 10^{-11} mbar [Sta13, S. 18 f.]. Rings um das Hauptspektrometer befinden sich 14 koaxiale Luftspulen sowie 52 zur Strahlachse parallele Kabelstränge zur Kompensation äußerer Magnetfelder (siehe Abschnitt 4.1).

Zwei weitere supraleitende Spulen hinter dem Hauptspektrometer leiten die Elektronen zum Fokalebenendetektor, der sich im Inneren der zweiten Spule befindet. Dabei handelt es sich um einen pin-Dioden-Detektor aus Silizium mit einem Durchmesser von 9 cm, der zwecks räumlicher Auflösung in 148 Pixel unterteilt ist [Wal13, S. 21].

KAPITEL 4

Magnetfelder am KATRIN-Experiment

Magnetfelder dienen beim KATRIN-Experiment in erster Linie dazu, die Elektronen auf den gewünschten Trajektorien durch die Anlage zu führen. Im Bereich des Hauptspektrometers sind die Magnetfeldeinstellungen entscheidend, um eine adiabatische Kollimation zu gewährleisten (siehe Abschnitt 3.2). Zur Erzeugung dieser Magnetfelder befinden sich entlang der Strahlachse insgesamt etwa 24 supraleitende Spulen [Gil16], vier davon im Spektrometer- und Detektorbereich.

Darüber hinaus gibt es Systeme, um unerwünschte Störfelder zu kompensieren. Diese Systeme bestehen aus nicht-supraleitenden Luftspulen und werden in Abschnitt 4.1 genauer beschrieben.

Der Abschnitt 4.2 erläutert die Magnetfeldsensoren-systeme, mit denen die Magnetfelder vermessen werden können, um zu überprüfen, ob sie sich wie erwartet verhalten und den Anforderungen genügen.

4.1 EMCS und LFCS

Neben den Magnetfeldern, die durch supraleitenden Spulen entlang der Strahlachse erzeugt werden [Gil16] und die die Elektronen durch den Aufbau leiten, gibt es Störfelder, die innerhalb des Hauptspektrometers kompensiert werden müssen. Zum einen handelt es sich dabei um das natürliche Erdmagnetfeld – in Karlsruhe hat dieses eine Stärke von etwa $48,4 \mu\text{T}$ [GFZ17] –, zum anderen um Magnetfelder, die aus der Remanenz des Betonstahls der Spektrometerhalle herrühren [Glü13, S. 6].

Insgesamt 24 kreisrunde Doppel-T-Träger aus Aluminium mit einem Durchmesser von über 6 m sind coaxial um das Hauptspektrometer herum angebracht (siehe Abbildung 3.3f). Diese coaxialen Träger sind mit 52 zur Strahlachse parallelen Stangen verbunden, durch die Spulenkabel geführt werden, um Erdmagnetfeldkomponenten zu kompensieren, die nicht parallel zur Strahlachse ausgerichtet sind. Dieses System wird EMCS (*Earth Magnetic Field Compensation System*) genannt [Erh16, S. 36/41/44].

Andere Störfelder werden durch weitere Luftspulenkabel des LFCS (*Low Field Correction System*) ausgeglichen, die kreisförmig entlang von 14 Trägern verlaufen [Erh16, S. 36].

4.2 Magnetfeldüberwachung

Das resultierende Magnetfeld lässt sich nicht an jedem Punkt des Aufbaus gleichzeitig messen und überwachen – zumal im Inneren des Spektrometertanks Ultrahochvakuum herrscht. Da jedoch eine genaue Kenntnis der magnetischen Feldstärke im Spektrometer nötig ist, wird das Magnetfeld numerisch simuliert. Gleichwohl gibt es einige Magnetfeldüberwachungssysteme, die Messdaten liefern, die sowohl als Grundlage als auch zur Kontrolle der Simulationen dienen [Erh16, S. 50][Ada15, S. 50].

Je eine Mobile Sensoreinheit (*Mobile Sensor Unit*, MobSU) ist auf vier der coaxialen Doppel-T-Träger befestigt. Über einen Zahnstangenantrieb können sie sich auf der Innensei-

te der Träger vollständig um den Spektrometertank bewegen und an jedem beliebigen Kreis-
punkt Magnetfeldmessungen vornehmen. Jede MobSU enthält zwei Fluxgate-Magnetometer,
deren Messgenauigkeit $\pm 0,5\%$ beträgt [Erh16, S. 55].

Um ein besseres Verständnis für den Einfluss des im Gebäude verbauten Betonstahls zu
gewinnen, wurde zusätzlich das *Vertikale Magnetfeld-Sensorsystem* (MagSen-V) aufgebaut.
Mehrere dieser Systeme sollen an verschiedenen Innenwänden der Spektrometerhalle in-
stalliert werden. Dabei ist der Magnetfeldsensor an einer vertikalen Zahnstange befestigt,
die sich ihrerseits über einen Zahnstangenantrieb horizontal bewegen lässt. Das größte der
einzelnen Systeme deckt so eine Fläche von $22\text{ m} \times 4,5\text{ m}$ ab [Ost16, S. 23].

An der Außenwand des Hauptspektrometertanks sind insgesamt 24 Magnetfeldsensoren
angebracht, die auf dem magneto-resistiven Effekt beruhen. Ihr Vorteil ist vor allem der
geringe Anschaffungspreis. Durch eine aufwändige Kalibration wurde eine Genauigkeit von
 $2,4\text{ }\mu\text{T}$ erreicht [Erh16, S. 52 f.].

Zusätzlich befinden sich 14 Fluxgate-Magnetometer des Typs *Bartington Mag-03MSB1000*
an der Außenwand des Hauptspektrometertanks, die eine Ungenauigkeit von weniger als
 $0,0015\%$ aufweisen [Erh16, S. 54].

Fluxgate-Magnetometer bestehen pro Messachse aus zwei Spulen mit Weicheisenkern
und gleicher Windungszahl, aber unterschiedlicher Polarität, die durch eine synchrone
Wechselspannung periodisch in Sättigung getrieben werden (siehe Abbildung 4.1). Um
dieses Spulenpaar ist eine größere Spule gewickelt, in der ohne externes Magnetfeld keine
Spannung induziert wird, da sich der magnetische Fluss des Spulenpaares wegen der
entgegengesetzten Polaritäten aufhebt. Liegt hingegen ein externes Feld vor, erreichen die
beiden Spulen mit Weicheisenkern nicht gleichzeitig die Sättigung, sodass sich deren Flüsse
nicht kompensieren und eine zum externen Feld proportionale Wechselspannung in der
äußeren Spule induziert wird [Pri79].

Um die simulierten Magnetfeldwerte mit den Messwerten vergleichen zu können, ist

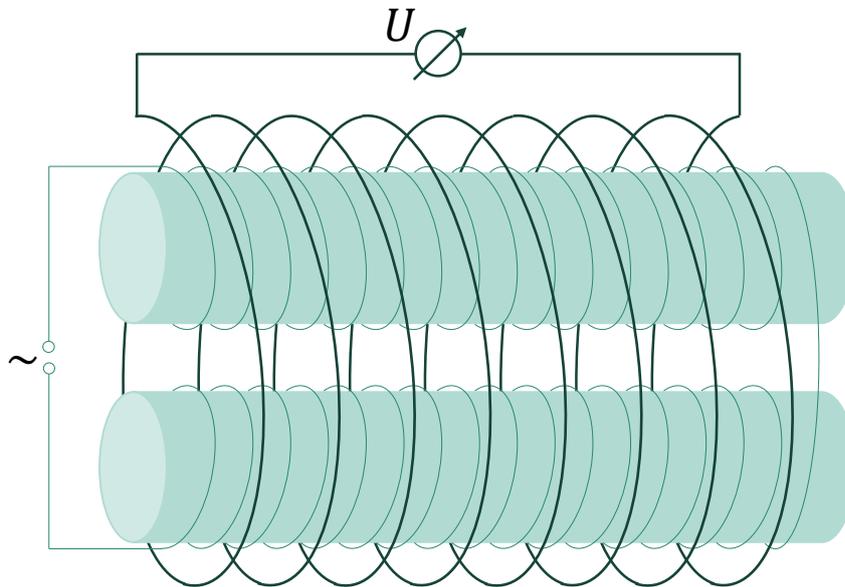


Abbildung 4.1: Schematischer Aufbau des Fluxgate-Magnetometers für eine einzelne Messachse. Grafik nach [Rei09].

außerdem eine genaue Kenntnis über die Position und Ausrichtung des Sensors unabdingbar. Ein spezielles Verfahren zur Positions- und Ausrichtungsbestimmung der Bartington-Sensoren wurde von Marco Antoni entwickelt [Ant13]. Die vorliegende Arbeit befasst sich in erster Linie mit der Weiterentwicklung und Anwendung dieses Verfahrens. Da die Fluxgate-Spulen der verwendeten Bartington-Magnetometer eine Länge von 18 mm aufweisen [Cet11] und die Genauigkeit in der Position des Sensors dadurch beschränkt ist, ist vor allem die Ermittlung der exakten Ausrichtung der Messachsen von Bedeutung.

KAPITEL 5

Positions- und Orientierungsbestimmung der Bartington-Sensoren

Am KATRIN-Hauptspektrometer wurden insgesamt 14 Sensorinseln mit Magnetometern des Herstellers *Bartington Instruments* installiert [Erh16, S. 52]; eine davon ist in Abbildung 5.1a zu sehen. Eine Sensorinsel besteht aus einer Aluminiumplatte der Maße $16,5\text{ cm} \times 36\text{ cm} \times 0,5\text{ cm}$ [Ada15, S. 37], auf der neben dem Magnetometer unter anderem eine Laserbox angebracht ist. Diese Laserbox enthält drei Laser zur Bestimmung der Position und Orientierung der Sensorinsel. Die drei Laser sind so ausgerichtet, dass die Geraden, die durch die Laserstrahlen definiert werden, einen gemeinsamen Ursprung innerhalb der Laserbox haben [Ada15, S. 39] und die Laserstrahlen auf einen Zwischenraum zwischen zwei Luftspulenträgern gerichtet sind. Dort können Zielplatten mit Millimeterpapier angebracht werden (siehe Abbildung 5.1b). Schematisch ist das Lasersystem zur Positions- und Orientierungsbestimmung eines Magnetometers in Abbildung 5.2 dargestellt. Die Positionen der Zielplatten können im KATRIN-Koordinatensystem¹ über einen Lasertracker ermittelt werden [Ant13, S. 44].

Grundsätzlich könnte auch die Position und Orientierung des Magnetometers selbst direkt mit einem Lasertracker (auch *Tracking-Interferometer* genannt [Jat11]) bestimmt werden.

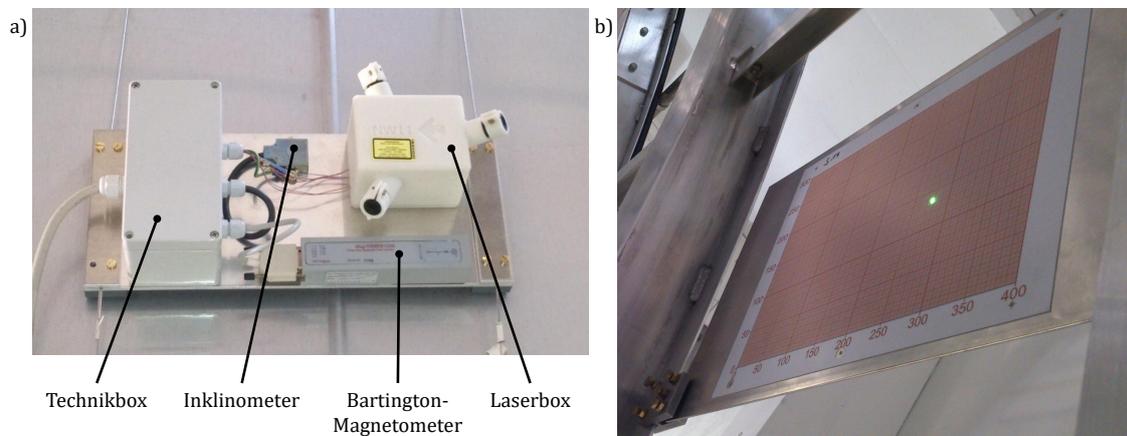


Abbildung 5.1: a) Sensorinsel BD11, montiert am Spektrometertank. Alle 14 Sensorinseln mit Bartington-Sensoren haben prinzipiell den gleichen Aufbau. b) Zielplatte der Sensorinsel BU17 mit grünem Laserpunkt auf dem Millimeterpapier, montiert an den kreisrunden Doppel-T-Trägern.

¹ Im Rahmen dieser Arbeit ist mit *KATRIN-Koordinatensystem* dasjenige orthonormale, rechtshändige Koordinatensystem gemeint, dessen Ursprung im Zentrum des Hauptspektrometertanks sitzt und dessen z -Achse entlang der Strahlachse zum Detektor zeigt. Die x -Achse liegt waagrecht und zeigt in westliche Richtung, die y -Achse zeigt nach oben, genau entgegen der Gravitationskraft.

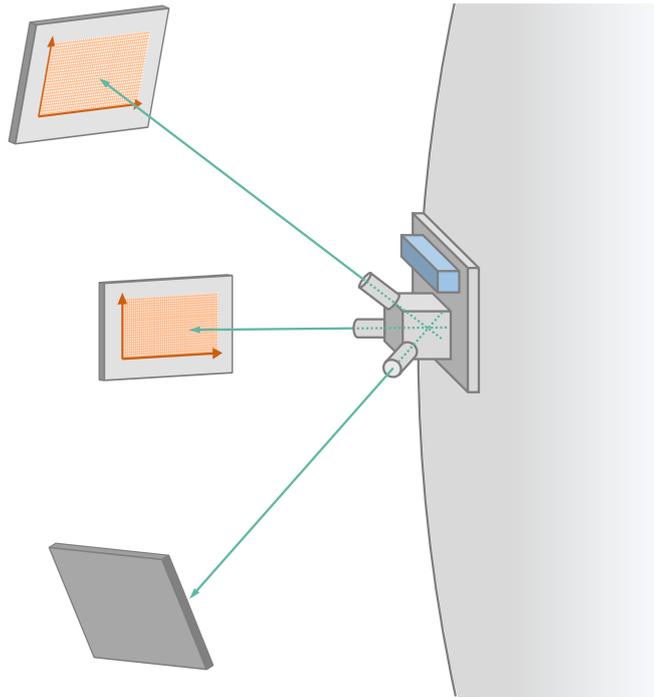


Abbildung 5.2: Schema der Positions- und Orientierungsbestimmung mit dem Lasersystem. Ganz rechts befindet sich der Hauptspektrometertank, auf dem eine Sensorinsel montiert ist. Auf der Sensorinsel befinden sich das Magnetometer (blaue Box) sowie die Laserbox (die anderen Bauteile auf der Insel sind in diesem Schema nicht abgebildet). Die drei Laserstrahlen der Laserbox, deren Geraden sich im Inneren der Box schneiden, treffen jeweils auf eine Zielplatte, auf der Millimeterpapier angebracht ist, um die Position des Laserpunktes abzulesen.

Als Vergleichsmessung wurde diese Messung auch durchgeführt (siehe Abschnitt 5.5). Allerdings muss der Spektrometertank ab und zu ausgeheizt werden, um an den Innenwänden adsorbiertes H_2O freizusetzen [Har15, S. 165], wodurch er sich thermisch ausdehnt, sodass sich die Sensorinseln verschieben (nicht jedoch die Zielplatten, die sich nicht direkt am Tank befinden). Daher ist mit der hier vorgestellten Methodik nur ein einmaliges Einmessen der Zielplatten mittels Lasertracker nötig, anschließend kann die Positions- und Orientierungsbestimmung effizient durch Ablesen der Laserpunkte auf den Zielplatten durchgeführt werden.

Der Winkel zwischen dem i -ten und j -ten Laser einer Laserbox sei ϕ_{ij} . Diese Winkel – wie auch die relative Position zwischen Laserbox und Magnetometer – wurden für die Laserbox einer jeden Sensorinsel von Marco Antoni und Birgit Adams vermessen [Ant13, S. 51][Ada15]. Die Winkel unterscheiden sich teilweise von Box zu Box, für alle Winkel aller Boxen gilt jedoch $90^\circ < \phi_{ij} < 125^\circ$. Da die Winkel der Laser zueinander und die Positionen der Zielplatten im KATRIN-System bekannt sind, kann aus dem Ort, an dem die Laserstrahlen auf die Zielplatten auftreffen, der Ursprung, den die drei Laser bilden, ermittelt werden.

Da es allerdings nicht gelang, eine analytische Lösung in geschlossener Form für dieses Problem zu finden [Ant13, S. 31], wurde von Marco Antoni das C++-Programm KLaPoS entwickelt, das den Laserursprung numerisch berechnet. Die Vorgehensweise dieser numerischen Berechnung wird im Abschnitt 5.1 erläutert.

KLaPoS wurde im Rahmen der vorliegenden Arbeit um wesentliche Funktionen erweitert. Dazu zählen insbesondere die automatische Berechnung der Magnetometerposition (aus der Position des Laserursprungs) und der Euler-Winkel, die die Orientierung des Magnetometers definieren (siehe Abschnitt 5.2), sowie die Umrechnung der direkt auf den Zielplatten ablesbaren zweidimensionalen Laserpunktkoordinaten in das dreidimensionale KATRIN-System. Letzteres wird in Abschnitt 5.4 beschrieben. Eine Übersicht über die Funktionen und Klassenstruktur von KLaPoS bietet Anhang B.

Des Weiteren wurde im Abschnitt 5.3 analysiert, mit welcher Genauigkeit sich die Position und Ausrichtung der Magnetometer mit dieser Methode bestimmen lässt.

5.1 Bestimmung des Laserursprungs

Im Folgenden wird erläutert, wie man den existierenden gemeinsamen Schnittpunkt (Ursprung) dreier Geraden ermittelt, wobei für jede Gerade ein Punkt, der auf dieser Gerade liegt und nicht der Ursprung ist, sowie die Winkel der Geraden zueinander bekannt sind.

Die Geraden entsprechen den Laserstrahlen (inklusive deren linearer Verlängerungen), die auf den Geraden liegenden Punkte entsprechen den Positionen der Laserpunkte auf den Zielplatten im KATRIN-Koordinatensystem und die Winkel der Geraden zueinander sind die Winkel der Laser zueinander.

Man betrachte dazu zunächst den zweidimensionalen Fall mit zwei Geraden und zwei bekannten Punkten P_1 und P_2 auf diesen Geraden, dargestellt in Abbildung 5.3. Da der Winkel zwischen den Geraden bekannt und damit nicht variabel ist, muss der Geraden-schnittpunkt L nach dem Peripheriewinkelsatz auf einem von zwei Kreisbögen liegen [Koe07, S. 161]. Diese beiden Kreisbögen liegen spiegelbildlich um die Achse, die durch eine Gerade durch die beiden Punkte P_1 und P_2 definiert wird. Im dreidimensionalen Fall ist dieses Problem rotationssymmetrisch um die Gerade durch P_1 und P_2 . Der Ursprung der Geraden kann daher überall auf der inneren (für Winkel größer als 90°) oder äußeren (für Winkel kleiner als 90°) Oberfläche eines Spindeltorus liegen [Wei09].

Unter Berücksichtigung der dritten Gerade (des dritten Lasers), die durch den bekannten Punkt P_3 geht und fest definierte Winkel zu den anderen beiden Geraden hat, ergeben sich zwei weitere Spindeltori um die Strecken $\overline{P_1P_3}$ und $\overline{P_2P_3}$. Gesucht sind nun die

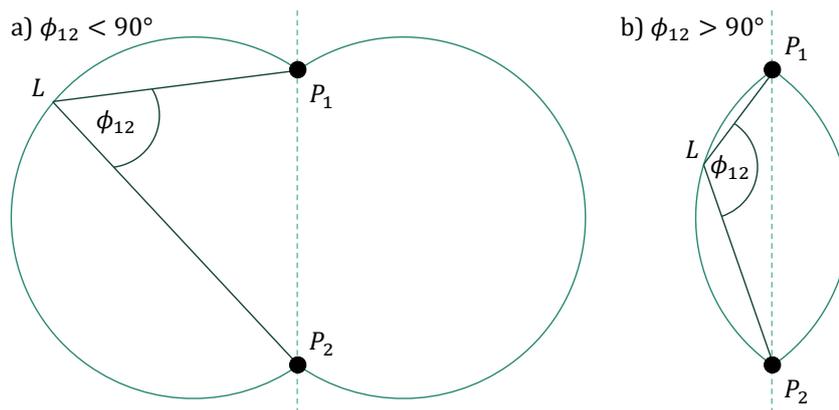


Abbildung 5.3: Illustration des Peripheriewinkelsatzes. Solange die beiden Geraden durch die festen Punkte P_1 bzw. P_2 gehen und einen festen Winkel ϕ_{12} einschließen, liegen alle mögliche Schnittpunkte auf einem von zwei Kreisbögen. Für sämtliche Laserwinkel gilt $\phi_{ij} > 90^\circ$, sodass hier stets Fall b) zutrifft. Grafik nach [Ant13].

Schnittpunkte aller drei Spindeltori – in einem davon befindet sich der Ursprung der Lasergeraden.

Die drei Spindeltori haben mindestens zwei gemeinsame Schnittpunkte: Einer ist der gesuchte Ursprung L der Laser und einer dessen an der Ebene durch P_1 , P_2 und P_3 gespiegelter Punkt [Ant13, S. 31]. Weitere Lösungen können für den Fall $\phi_{ij} \geq 90^\circ$ ausgeschlossen werden. Die drei Laser aller Sensorinseln sind so durchnummeriert, dass sie ein linkshändiges Koordinatensystem ergeben, dass also im Laser-System

$$(\vec{P}_1 \times \vec{P}_2) \cdot \vec{P}_3 < 0 \quad (5.1)$$

bzw. im KATRIN-System

$$\left((\vec{P}_1 - \vec{L}) \times (\vec{P}_2 - \vec{L}) \right) \cdot (\vec{P}_3 - \vec{L}) < 0 \quad (5.2)$$

gilt. Sämtliche Lösungen mit

$$(\vec{P}_1 \times \vec{P}_2) \cdot \vec{P}_3 > 0 \quad (5.3)$$

(im Lasersystem) lassen sich also ausschließen. Offensichtlich sind dies alle Lösungen auf einer Seite der Spiegelebene durch P_1 , P_2 und P_3 [Ant13, S. 31]. Es gibt also für den vorliegenden Spezialfall $\phi_{ij} \geq 90^\circ$ eine eindeutige linkshändige Lösung des Problems.

5.1.1 Numerische Berechnung

Es gelang nicht, eine analytische Lösung des Problems zu finden [Ant13, S. 31]. Zur numerischen Berechnung wird eine Bewertungsfunktion

$$U(\vec{L}) := \sum_{i=1}^2 \sum_{k=i+1}^3 (\phi_{ik} - \angle P_i L P_k)^2 \quad (5.4)$$

eingeführt. Es gilt offensichtlich $U \geq 0$ für alle \vec{L} und nur, falls für alle $i < k$ die Gleichung $\phi_{ik} = \angle P_i L P_k$ gilt, ist $U = 0$ [Ant13, S. 32 f.]. Dabei sind ϕ_{ik} die bekannten relativen Winkel zwischen den Lasern i und k und $\angle P_i L P_k$ ist eine Funktion von \vec{L} , die sich aus dem Kosinussatz ergibt:

$$\cos(\angle P_i L P_k) = \frac{(\vec{P}_i - \vec{L}) \cdot (\vec{P}_k - \vec{L})}{|\vec{P}_i - \vec{L}| |\vec{P}_k - \vec{L}|}. \quad (5.5)$$

Um dasjenige \vec{L} zu finden, das die Bewertungsfunktion U minimiert, sucht KLaPoS das Minimum von U per numerischem Gradientenabstieg. Ausgehend von der ungefähren Position der Sensorinsel als Startpunkt, läuft das Programm in einer festgelegten Schrittweite s in einer bestimmten Richtung $-\vec{s}$ durch den Raum; bei jedem Schritt ergibt sich also ein neues $\vec{L}' = \vec{L} - \vec{s}$. Für den ersten Schritt wird \vec{s} mit der Formel

$$\vec{s} = s \cdot \frac{\nabla U(\vec{L})}{|\nabla U(\vec{L})|} \quad (5.6)$$

berechnet. Anschließend läuft das Programm solange in $-\vec{s}$ -Richtung, wie $U(\vec{L} - \vec{s}) < U(\vec{L})$ ist. Sobald $U(\vec{L} - \vec{s}) > U(\vec{L})$ ist, wird s halbiert und \vec{s} mit Formel 5.6 neu berechnet.

Sobald s kleiner ist als die geforderte Genauigkeit, terminiert das Programm und gibt den aktuellen \vec{L} -Vektor als Ergebnis zurück [Ant13, S. 33].

Zudem wird s verdoppelt, wenn das Programm mehr als fünfzig Schritte in dieselbe Richtung gelaufen ist; das heißt für keinen der fünfzig Schritte galt $U(\vec{L} - \vec{s}) > U(\vec{L})$. \vec{s} wird daraufhin nicht neu berechnet, das Programm läuft also weiter in dieselbe Richtung. Diese Maßnahme steigert die Effizienz des Programms.

In der Praxis wird der Gradient in der Formel 5.6 wie folgt berechnet:

$$\nabla U(\vec{L}) = \frac{1}{s} \begin{pmatrix} U(\vec{L} + s/2 \cdot \hat{x}) - U(\vec{L} - s/2 \cdot \hat{x}) \\ U(\vec{L} + s/2 \cdot \hat{y}) - U(\vec{L} - s/2 \cdot \hat{y}) \\ U(\vec{L} + s/2 \cdot \hat{z}) - U(\vec{L} - s/2 \cdot \hat{z}) \end{pmatrix}. \quad (5.7)$$

Der Gradient mittelt also über einen Bereich in der Größe der Schrittweite. Dadurch soll verhindert werden, dass das Programm in lokalen Minima mit $U > 0$ terminiert, sondern stattdessen darüber hinwegschreitet [Ant13, S. 34].

5.1.2 Basisvektoren des Lasersystems

Nun lässt sich ein Koordinatensystem, das Lasersystem, definieren. Dessen Ursprung ist der Schnittpunkt \vec{L} der drei Lasergeraden, die Basisvektoren \hat{l}_i sind die Einheitsvektoren, die entlang der Laserachsen ausgerichtet sind. Sie sind im Lasersystem durch $\hat{l}_i = \vec{P}_i / |\vec{P}_i|$ und im KATRIN-System durch

$$\hat{l}_i = \frac{\vec{P}_i - \vec{L}}{|\vec{P}_i - \vec{L}|} \quad (5.8)$$

gegeben [Ant13, S. 34]. Diese Basisvektoren sind also normiert, aber *nicht* orthogonal zueinander.

5.2 Bestimmung der Magnetometerposition und -orientierung

Der Ursprung \vec{L} des Lasersystems und die drei Basisvektoren \hat{l}_i , die in die gleichen Richtungen wie die Laser zeigen, lassen sich wie in Abschnitt 5.1.1 erläutert berechnen. Gesucht ist aber eigentlich der Ort \vec{M} des Magnetometers.¹ Zu dessen Berechnung ist als Hilfsmittel auch der Vektor \vec{M}_L nützlich. Er sei implizit definiert durch $\vec{M} = \vec{L} + \vec{M}_L$, zeigt also vom Ursprung des Lasersystems zum Magnetometer. Dieser Vektor lässt sich schreiben als Linearkombination der Basisvektoren \hat{l}_i ,

$$\vec{M}_L = \sum_i m_i \hat{l}_i, \quad (5.9)$$

mit Koeffizienten m_i . Zudem ist die Orientierung der Magnetometerachsen \hat{m}_j im Lasersystem bekannt und durch Koeffizienten m_{ji} und die Gleichung

$$\hat{m}_j = \sum_i m_{ji} \hat{l}_i, \quad (5.10)$$

¹ Der Ort \vec{M} , den man als Ursprung eines Magnetometersystems betrachten kann, wurde von Marco Antoni genau definiert. Er befindet sich an einer bestimmten Position innerhalb des Magnetometer-Gehäuses, siehe dazu [Ant13, S. 40] sowie [Ada15, S. 38].

definiert [Ant13, S. 35]. Die Koeffizienten m_i und m_{ji} wurden von Marco Antoni und Birgit Adams ermittelt; siehe dazu Anhang C. Das Magnetfeld wird entlang der Achsen \hat{m}_j gemessen, die zugehörigen Messwerte seien b_j , sodass sich das Magnetfeld \vec{B} am Ort des Magnetometers als

$$\vec{B}(\vec{M}) = \sum_j b_j \hat{m}_j = \sum_{ji} b_j m_{ji} \hat{l}_i \quad (5.11)$$

schreiben lässt. Da die \hat{l}_i auch im KATRIN-System bekannt sind (siehe Abschnitt 5.1.2), lässt sich das Magnetfeld \vec{B} am Ort \vec{M} aus den Messwerten b_j berechnen [Ant13, S. 35].

Die Orientierung des Magnetometers ist durch die drei orthonormalen Messachsen \hat{m}_i bereits festgelegt, allerdings benutzt die KATRIN-Positionsdatenbank Euler-Winkel, um die Orientierung von Bauteilen zu beschreiben.

Eine Rotation um die Euler-Winkel α , β und γ nach der $zy'z''$ -Konvention lässt sich durch eine Rotationsmatrix

$$R := \begin{pmatrix} -\sin \alpha \sin \gamma + \cos \alpha \cos \beta \cos \gamma & \cos \alpha \sin \gamma + \sin \alpha \cos \beta \cos \gamma & -\sin \beta \cos \gamma \\ -\sin \alpha \cos \gamma - \cos \alpha \cos \beta \sin \gamma & \cos \alpha \cos \gamma - \sin \alpha \cos \beta \sin \gamma & \sin \beta \sin \gamma \\ \cos \alpha \sin \beta & \sin \alpha \sin \beta & \cos \beta \end{pmatrix} \quad (5.12)$$

darstellen [Arf05, S. 203]. Die Messachsen \hat{m}_i entsprechen im lokalen Magnetometer-Koordinatensystem gerade den Einheitsvektoren $\hat{e}_i = (\delta_{1i}, \delta_{2i}, \delta_{3i})^T$. Daher muss gelten, dass

$$R \cdot (\hat{e}_1, \hat{e}_2, \hat{e}_3) \stackrel{!}{=} \underbrace{(\hat{m}_1, \hat{m}_2, \hat{m}_3)}_{=:M} \Leftrightarrow R \stackrel{!}{=} M, \quad (5.13)$$

wobei M als die Matrix aus den Messachsen \hat{m}_i im KATRIN-System definiert wurde. Aus dieser Matrixgleichung 5.13 können die Euler-Winkel berechnet werden.

Da allerdings die Messachsen \hat{m}_i auf zwangsläufig fehlerbehafteten Messwerten beruhen und somit – im Gegensatz zu den Basisvektoren \hat{e}_i – nicht exakt orthogonal sind, hat die Gleichung 5.13 keine Lösung: Drei orthogonale Vektoren \hat{e}_i können nicht durch eine einzige Drehung R in drei nicht-orthogonale Vektoren \hat{m}_i transformiert werden. Daher wurde in KLaPoS eine Klasse zur numerischen Bestimmung dreier Winkel α , β und γ implementiert, für die die Bewertungsfunktion

$$U(\alpha, \beta, \gamma) = \|R(\alpha, \beta, \gamma) - M\|^2 \quad (5.14)$$

ihr Minimum annimmt, wobei die doppelten senkrechten Striche hier die Frobenius-Matrixnorm

$$\|A\| = \sqrt{\sum_{ij} |A_{ij}|^2} \geq 0 \quad (5.15)$$

für eine Matrix A bezeichnen [Gol96, S. 55].

Das Problem der Minimierung der Bewertungsfunktion $U(\alpha, \beta, \gamma)$ ist nahezu äquivalent zur Berechnung des Laserursprungs \vec{L} , die in Abschnitt 5.1.1 erläutert wurde. Deren

Programmcode konnte daher, geringfügig angepasst, auch für die Berechnung der Euler-Winkel verwendet werden.

5.3 Präzision der Positions- und Orientierungsbestimmung

Drei Fehlerquellen tragen zu dem Fehler auf die Position \vec{L} und die Ausrichtung der Laserbox bei: Zum einen sind dies die Messunsicherheiten bei den Messungen der Punkte P_i auf den Zielplatten und den Winkeln ϕ_{ij} zwischen den Lasern, zum anderen die Unsicherheit bei der numerischen Berechnung von \vec{L} [Ant13, S. 35]. Die Unsicherheiten aus der numerischen Berechnung können durch eine ausreichend kleine Genauigkeit für die Schrittweite s vernachlässigbar klein gestaltet werden, ohne dass sich die Berechnungsdauer wesentlich erhöht [Ant13, S. 33/37].

Im Rahmen dieser Arbeit wurde KLaPoS unter anderem um eine Klasse zur Fehleranalyse erweitert. Um die Unsicherheit der numerischen Lösung für \vec{L} zu ermitteln, wurde für jeden der Input-Werte (also die drei Winkel ϕ_{ij} sowie die neun Vektorkomponenten der drei \vec{P}_i) eine gaußverteilte Zufallszahl erzeugt, wobei als Mittelwert μ der Bestwert und als Standardabweichung σ der Fehler der Input-Größen verwendet wurde. Diese Zufallswerte wurden dann als tatsächliche Werte für die Winkel und die Laserpunkt-Positionen verwendet, um daraus wie in 5.1.1 ein neues \vec{L}' zu berechnen. Schließlich wurde

$$\Delta L := \max_{i=x,y,z} |L_i - L'_i| \quad (5.16)$$

als Positionsfehler und

$$\Delta\psi := \max_{i=1,2,3} \arccos \hat{l}_i \cdot \hat{l}'_i \quad (5.17)$$

als Ausrichtungsfehler betrachtet, wobei \hat{l}_i wie in Gleichung 5.8 definiert die Basisvektoren des Lasersystems sind.

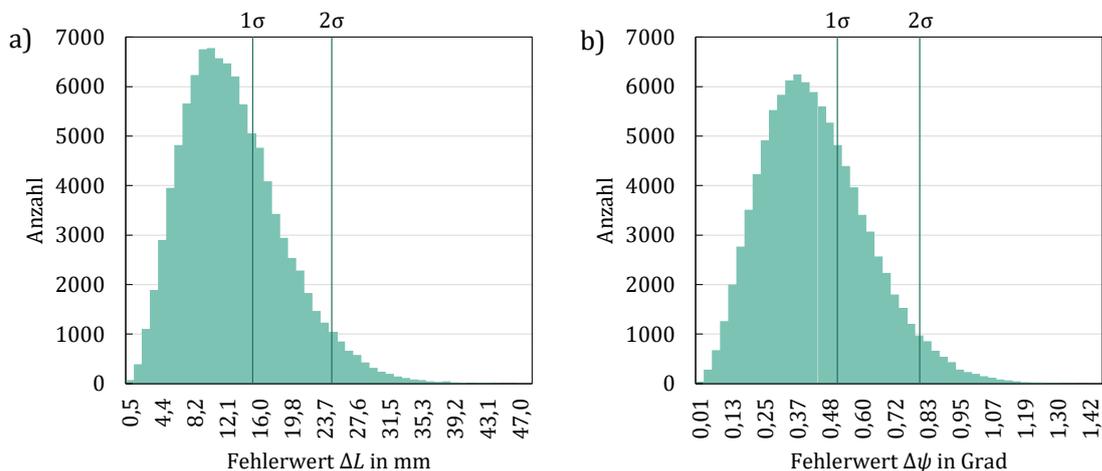


Abbildung 5.4: Histogramme des Positionsfehlers ΔL (a) und des Ausrichtungsfehlers $\Delta\psi$ (b) bei insgesamt 100 000 Durchläufen. Die Fehlerwerte, bei dem 1σ oder 2σ (ca. 68 % bzw. ca. 95 %) der 100 000 Fehler kleiner sind, sind mit vertikalen Linien markiert. Sie betragen für den Positionsfehler 15,04 mm bzw. 24,52 mm und für den Ausrichtungsfehler 0,51° bzw. 0,80°.

Die Fehler auf die Winkel ϕ_{ij} sind von Marco Antoni ermittelt worden; sie betragen weniger als $0,1^\circ$ [Ant13, S. 51].

Aus den Messdaten der Lasertrackermessung vom 21.03.2017 sowie den zuvor nach Augenmaß bestimmten zweidimensionalen Laserpunkt-Koordinaten auf den Zielplatten der Sensorinsel BU32 (zur Nomenklatur siehe Anhang A) konnten die Laserpunkt-Koordinaten im KATRIN-System berechnet werden. Diese Werte liegen der folgenden Fehleranalyse zugrunde.

Mit den gleichen Einstellungen (also denselben Bestwerten und Fehlern) wurden 100 000 Durchläufe mit jeweils neuen gaußverteilten Zufallszahlen simuliert. Histogramme dieser Simulationen sind in Abbildung 5.4 dargestellt. In 68 % der Durchläufe war der Positionsfehler $\Delta L < 15,04$ mm und der Ausrichtungsfehler $\Delta\psi < 0,51^\circ$.

Der Fehler auf die Laserpunkt-Koordinaten \vec{P}_i wurde für diese Histogramme großzügig mit $\Delta P = \pm 1$ cm abgeschätzt. Im Folgenden soll der Frage nachgegangen werden, inwiefern ein kleinerer Fehler ΔP auch die Fehler $\Delta\psi$ und ΔL verringert. Dafür wurden für 100 verschiedene Werte für ΔP zwischen 0,025 mm und 9,925 mm jeweils 50 000 Durchläufe simuliert. Für jeden dieser 100 ΔP -Werte sind in Abbildung 5.5 Punkte für diejenigen Fehlerwerte von a) ΔL bzw. b) $\Delta\psi$ eingetragen, bei denen 68 % (ein Sigma) bzw. 95 % (zwei Sigma) der 50 000 Fehler kleiner sind.

Die Fehler auf die Laserwinkel ϕ_{ij} sind bei der hier verwendeten Sensorinsel BU32 verglichen mit anderen Sensorinseln relativ groß; sie betragen für alle drei Winkel $\pm 0,095^\circ$. Zum Vergleich wurde daher eine identische Simulation durchgeführt, ebenfalls für die Messdaten der Sensorinsel BU32 (da für die anderen Inseln keine Positionsdaten vorlagen), aber mit den Winkelfehlern der Insel BM29. Diese betragen nur $\pm 0,020^\circ$, $\pm 0,028^\circ$ und $\pm 0,035^\circ$. Die Abhängigkeit der Sigawerte der Positions- und Ausrichtungsfehler ist in Abbildung 5.5 c) und 5.5 d) dargestellt.

Zunächst zeigen diese Grafen, dass die Fehler ΔL und $\Delta\psi$ in der Regel sehr stark von dem Ablesefehler der Laserpunkte ΔP abhängen; eine höhere Ablesegenauigkeit trägt wesentlich dazu bei, die die Fehler ΔL und $\Delta\psi$ zu reduzieren. Lediglich für sehr kleine Positionsfehler $\Delta P \lesssim 1$ mm erhöht sich die Genauigkeit von L und ψ nicht weiter. Da der Laserpunkt auf dem Millimeterpapier allerdings eine Ausdehnung von mehr als 5×5 mm hat, wird es ohnehin kaum möglich sein, die Ungenauigkeit ΔP auf unter 1 mm zu verringern.

Realistisch ist eine nach Augenmaß abgeschätzte Unsicherheit auf P von etwa 1 bis 3 mm. In diesem Fehlerbereich spielen offensichtlich auch die Fehler auf die Laserwinkel ϕ_{ij} eine bedeutende Rolle: So sind die Fehler ΔL und $\Delta\psi$ im relevanten Bereich $1 \text{ mm} < \Delta P < 3 \text{ mm}$ um zwanzig bis vierzig Prozent geringer, wenn man die kleineren Winkelfehler der Sensorinsel BM29 anstelle jener der Insel BU32 zugrunde legt.

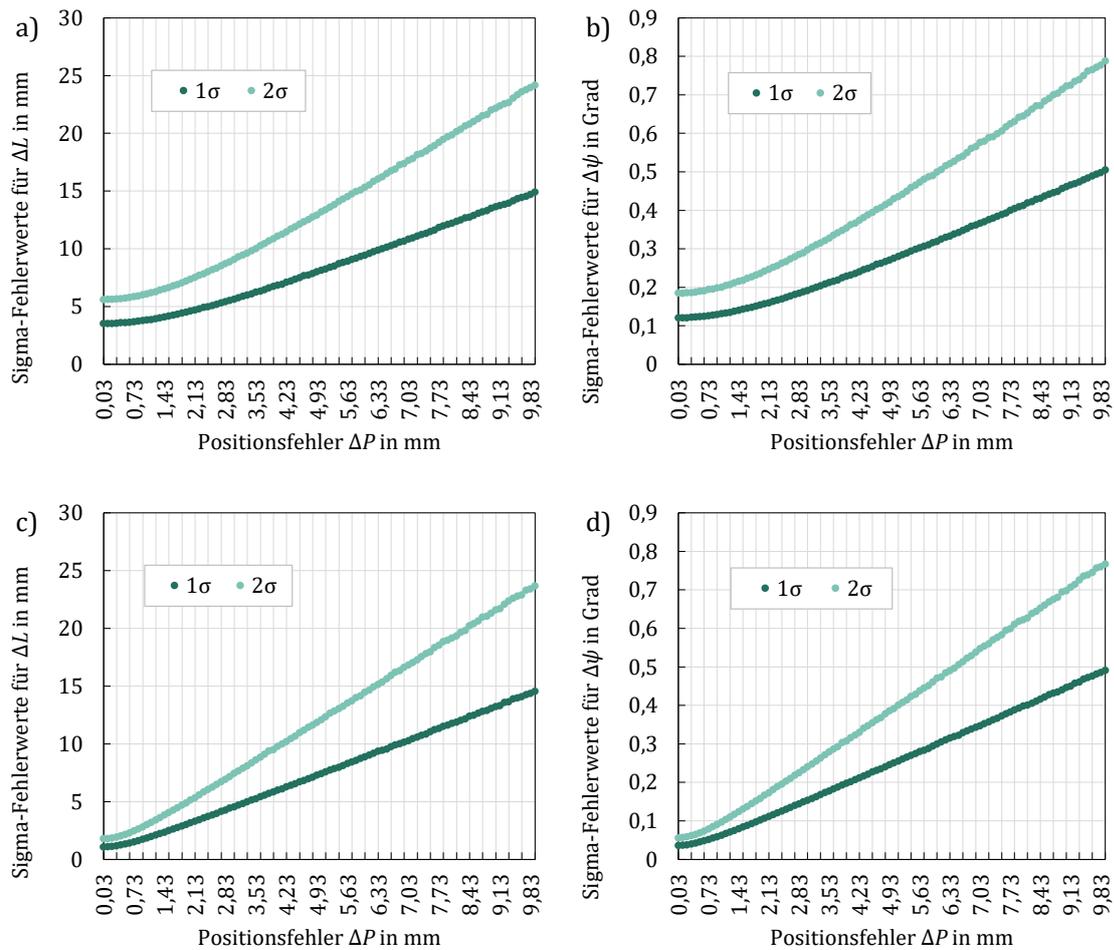


Abbildung 5.5: Fehleranalyse für verschiedene Fehler auf die Laserpunktpositionen ΔP . a) zeigt die Abhängigkeit des Positionsfehlers ΔL und b) des Ausrichtungsfehlers $\Delta\psi$ von ΔP . Die Fehler auf die Laserwinkel $\Delta\phi_{ij}$ entsprechen dabei denen der Sensorinsel BU32. c) und d) zeigen dieselben Abhängigkeiten, allerdings mit den (kleineren) Laserwinkelfehlern der Sensorinsel BM29.

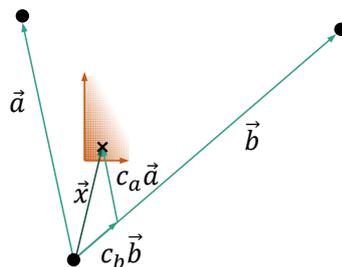


Abbildung 5.6: Bestimmung der Laserpunktposition im KATRIN-Koordinatensystem. Die schwarzen Kreise stellen die Bohrlöcher dar, deren Position mit dem Lasertracker bestimmt wurde. Das Kreuz entspricht dem Laserpunkt auf dem Millimeterpapier der Zielplatte.

5.4 Positionsbestimmung der Laserpunkte auf den Zielplatten

Zur Berechnung des Laserursprungs und damit auch des Magnetometers ist es nötig, die Positionen der Laserpunkte auf den Zielplatten im KATRIN-Koordinatensystem zu kennen. Dazu werden die Zielplatten mit einem Lasertracker eingemessen. Zu diesem Zweck sind in die Zielplatten sechs Löcher gebohrt, die zur Verankerung von Reflektionselementen für den Lasertracker dienen.

Die Messungen mit dem Lasertracker werden durch das Technik-Haus des KIT auf Anfrage durchgeführt und liefern die Positionen der Bohrlöcher im KATRIN-Koordinatensystem.¹

Die Positionen der Bohrlöcher sind außerdem per Lineal im lokalen Millimeterpapier-Koordinatensystem bestimmt worden. Sie sind also in beiden Systemen bekannt. Mithilfe dieser Information kann der Laserpunkt vom Millimeterpapiersystem ins KATRIN-System transformiert werden.

Gesucht ist dabei der Vektor \vec{x} aus Abbildung 5.6 im KATRIN-Koordinatensystem, der von einem Bohrloch zum Laserpunkt auf dem Millimeterpapier zeigt; sind die Millimeterpapierkoordinaten des Laserpunktes und des Bohrlochs bekannt, lässt sich \vec{x} im Millimeterpapiersystem trivial berechnen. Die Vektoren \vec{a} und \vec{b} sind in beiden Systemen bekannt.

Der Vektor \vec{x} lässt sich als Linearkombination der Vektoren \vec{a} und \vec{b} schreiben, mit Koeffizienten c_a und c_b :

$$\vec{x} = c_a \vec{a} + c_b \vec{b}. \quad (5.19)$$

Wird diese Gleichung nun einmal mit \vec{a} und einmal mit \vec{b} multipliziert, ergibt sich ein Gleichungssystem,

$$\vec{a}\vec{x} = c_a a^2 + c_b \vec{a}\vec{b}, \quad \vec{b}\vec{x} = c_a \vec{a}\vec{b} + c_b b^2, \quad (5.20)$$

das sich nach den Koeffizienten auflösen lässt:

$$c_a = \frac{(\vec{a}\vec{b})(\vec{b}\vec{x}) - b^2 \vec{a}\vec{x}}{(\vec{a}\vec{b})^2 - a^2 b^2}, \quad c_b = \frac{(\vec{a}\vec{b})(\vec{a}\vec{x}) - a^2 \vec{b}\vec{x}}{(\vec{a}\vec{b})^2 - a^2 b^2}. \quad (5.21)$$

Diese hängen nur noch von Skalarprodukten der Vektoren ab, die unabhängig vom Koordinatensystem sind – insbesondere die Skalarprodukte mit \vec{x} lassen sich also im lokalen, zweidimensionalen Millimeterpapiersystem berechnen. Setzt man nun die system-unabhängigen Koeffizienten in die Linearkombination 5.19 ein und dazu die Vektoren \vec{a} und \vec{b} im KATRIN-System, so kann man \vec{x} im KATRIN-System berechnen. Zusammen

¹ Tatsächlich sind die Ergebnisse der Messungen mit dem Lasertracker in der Regel *nicht* im KATRIN-Koordinatensystem wie zu Beginn des Kapitels 5 definiert zu verstehen, sondern in einem Koordinatensystem, dessen Ursprung sich am südlichen Flansch des Hauptspektrometers befindet und dessen Achsen in andere Richtungen zeigen. Die Messwerte \vec{x}' in diesem System müssen daher über eine Transformation

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \vec{x}' - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 11\,613,7235 \text{ mm} \end{pmatrix} \quad (5.18)$$

in einen Vektor im KATRIN-System \vec{x} transformiert werden. 11 613,7235 mm entspricht dabei dem Abstand des Flansches vom Zentrum des Spektrometers, also der halben Länge des Tanks [Jur08, S. 31].

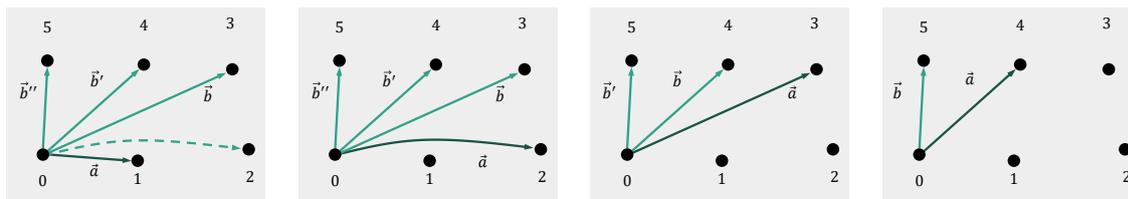


Abbildung 5.7: Illustration der möglichen Dreiergruppen bei insgesamt sechs Bohrlöchern, ausgehend von dem festen Basisbohrloch 0. Je eine der vier Darstellungen der Zielplatte zeigt einen anderen Vektor \vec{a} (dunkelgrüner Pfeil), für den jeweils die möglichen, nicht redundanten Vektoren \vec{b} (hellgrüner Pfeil) eingezeichnet sind. Die Kombination mit dem gestrichelten Pfeil wird nicht verwendet, da in diesem Fall die drei benutzten Bohrlöcher fast in einer Linie liegen, was zu großen Ungenauigkeiten führt. Somit bleiben für das Basisloch 0 neun Dreiergruppen übrig (neun hellgrüne Pfeile \vec{b}).

mit dem bekannten Stützvektor des Bohrlochs ergibt sich die Position des Laserpunkts im KATRIN-System.

Offensichtlich sind drei Löcher ausreichend, um die Laserpunktposition zu bestimmen. Da pro Zielplatte sechs Löcher zur Verfügung stehen, lässt sich diese Methode mit unterschiedlichen Dreiergruppen von Löchern durchführen, um schließlich den Mittelwert sämtlicher Einzelergebnisse zu erhalten. Für ein festes Basisbohrloch (dasjenige, von dem die Vektoren \vec{a} und \vec{b} ausgehen) erhält man so neun verschiedene, nicht-redundante Kombinationen (siehe Abbildung 5.7). Dabei werden Dreiergruppen, die nur Löcher aus einer Reihe – also 0, 1 und 2 oder 3, 4 und 5 – enthalten, nicht berücksichtigt, denn in diesen Fällen ist $c_a, c_b \gg 1$, sodass bereits kleine Messfehler in \vec{a}, \vec{b} zu großen Fehlern für \vec{x} führen.

Da sich alle sechs Löcher als Basislöcher verwenden lassen, ergeben sich so 54 Kombinationen über die sich der Mittelwert bilden lässt. Diese Funktion wurde in dieser Form KLaPoS hinzugefügt.

5.5 Vergleichsmessungen mit Lasertracker

Die Bohrlochpositionen der Zielplatten des Sensors BU32 wurden am 20. März 2017 mittels Lasertracker eingemessen. Im Zuge dieser Messung wurde auch die Position und Orientierung des Magnetometers selbst mit dem Lasertracker bestimmt, um das Ergebnis mit dem der hier vorgestellten Methodik zu vergleichen und diese so zu bestätigen. Diese Messung stimmte allerdings nicht in zufriedenstellendem Maße mit den Ergebnissen der in diesem Kapitel diskutierten Methode überein. Die aus den Messwerten der beiden Bestimmungsmethoden ermittelten Messachsenvektoren \hat{m}_i wichen um bis zu $0,65^\circ$ voneinander ab, insbesondere aber unterschieden sich die Positionskoordinaten in x -Richtung um fast 4 cm.

Allerdings wurden während diesen Lasertracker-Messungen Arbeiten am Hauptspektrometertank durchgeführt, die zu einer Verschiebung der Sensorinsel BU32 geführt haben könnten.¹ Zudem wurden die Laserpunkte auf den Zielplatten im Abstand von einigen Tagen zur Lasertracker-Messung abgelesen. Es wäre zumindest denkbar, dass weitere Arbeiten am Hauptspektrometer in der Zwischenzeit zu einer Verschiebung der Sensorinseln

¹ Die Sensorinseln sind nur an Drahtseilen befestigt, die einmal das Hauptspektrometer ringförmig umspannen. Sie sind nicht fest an die Außenwand des Spektrometertanks geschraubt. Dies verleiht der Konstruktion die nötige Flexibilität bei der thermischen Ausdehnung des Tanks während des Ausheizens, sorgt aber auch dafür, dass sich die Sensorinseln relativ leicht verschieben.

geführt haben. Ein dritter möglicher Grund für die Abweichung besteht darin, dass der Lasertracker für die Messung in einem Bereich aufgestellt wurde, in dem der Fußboden aus Metallplatten und nicht aus Beton besteht. Ein weicherer Untergrund sorgt allerdings dafür, dass der Lasertracker nicht absolut starr steht. Eine leichte Neigung des Lasertrackers – die etwa durch eine Person verursacht werden könnte, die sich neben den Lasertracker auf den Metallboden stellt – könnte auf die Entfernung, in der der Lasertracker die Position bestimmt, einen größeren Fehler verursachen.

Da sich all diese möglichen Fehlerquellen leicht durch eine erhöhte Sorgfalt umgehen lassen, wurde die Messung am 28. Juni 2017 wiederholt. Diesmal wurden die Laserpunkte auf den Zielplatten zur gleichen Zeit abgelesen, zu der die Lasertracker-Messung stattfand, es fanden während der Messung keine Arbeiten im Bereich des Sensorrings statt und der Lasertracker wurde auf Betonboden aufgestellt.

In Tabelle 5.1 werden die Positionswerte sowie die Messachsenvektoren, die aus der Lasertrackermessung und der in diesem Kapitel erläuterten Methode mit KLaPoS ermittelt wurden, verglichen. Bei dieser erneuten Messung stimmen die Ergebnisse der beiden verschiedenen Messmethoden erheblich besser überein, als noch bei den Messungen im März. Um die Abweichungen quantitativ einschätzen zu können, ist eine genauere Betrachtung der Unsicherheiten nötig, deren Grundlagen in Abschnitt 5.3 erläutert wurden. Insbesondere muss der Fehler der Laserpunktposition auf dem Millimeterpapier abgeschätzt werden.

Abbildung 5.8 zeigt einen der Laserpunkte auf dem Millimeterpapier. Der Mittelpunkt lässt sich schätzungsweise auf $\Delta P = \pm 1$ mm bis $\Delta P = \pm 2$ mm genau eingrenzen. Der Fehler auf die Position der Bohrlöcher muss ebenso in ΔP integriert werden. Zwar ist der Fehler auf sämtliche Lasertracker-Messwerte mit $\pm 0,05$ mm angegeben und somit vernachlässigbar

Tabelle 5.1: Position und Messachsenvektoren des Bartington-Sensors, unabhängig voneinander ermittelt mit der in dieser Arbeit weiterentwickelten Methode (KLaPoS) und direkt mit einem Lasertracker. Die Abweichung der Messergebnisse für die Messachsen ist angegeben als Winkel zwischen den beiden auf unterschiedliche Weise bestimmten Messachsenvektoren (daher nur eine Abweichung pro Messachse). Die Messachsen sind als Einheitsvektoren ohne Einheit angegeben. Angaben über die Unsicherheiten dieser Messwerte finden sich im Fließtext.

		x	y	z
Position \vec{M}	KLaPoS	−901,2 mm	−5215,7 mm	−4453,2 mm
	Lasertracker	−903,1 mm	−5214,5 mm	−4460,2 mm
	Abweichung	1,9 mm	−1,2 mm	7,0 mm
Messachse \hat{m}_1	KLaPoS	−0,9861	0,1653	−0,0178
	Lasertracker	−0,9866	0,1622	−0,0180
	Abweichung		0,18°	
Messachse \hat{m}_2	KLaPoS	0,1654	0,9862	0,0118
	Lasertracker	0,1619	0,9868	0,0100
	Abweichung		0,23°	
Messachse \hat{m}_3	KLaPoS	0,0190	0,0102	−0,9998
	Lasertracker	0,0194	0,0070	−0,9998
	Abweichung		0,19°	

gering, allerdings beträgt der Durchmesser der Bohrlöcher ein bis zwei Millimeter. Insgesamt erscheint ein geschätzter Fehler zwischen $\Delta P = \pm 2$ mm und $\Delta P = \pm 3$ mm realistisch.

Die Abhängigkeit der Fehler auf die Position und Ausrichtung von ΔP wurde im Abschnitt 5.3 diskutiert. $\Delta P = \pm 2$ mm führt auf einen Positionsfehler von $\Delta L = \pm 4,6$ mm und auf einen Ausrichtungsfehler von $\Delta\psi = \pm 0,16^\circ$. Für $\Delta P = \pm 3$ mm vergrößern sich diese Werte auf $\Delta L = \pm 5,7$ mm bzw. $\Delta\psi = \pm 0,19^\circ$.

Die Abweichungen aus Tabelle 5.1 sind mit diesen Fehlern vergleichbar, wobei die Fehler der direkten Lasertrackermessung bisher nicht berücksichtigt wurden. Die vom Lasertracker ausgegebenen prinzipiellen Fehler sind zwar vernachlässigbar klein, allerdings können weitere Fehlerquellen bei der Durchführung der Messung nicht ausgeschlossen werden (beispielsweise eine räumliche Ausdehnung des Messpunktes, vergleichbar mit dem Durchmesser der Bohrlöcher in den Zielplatten).

Vergleichsweise groß scheint die Abweichung auf die z -Koordinate der Position \vec{M} zu sein, sie beträgt 7 mm. Allerdings haben die Fluxgate-Spulen (siehe Abschnitt 4.2) selbst eine Ausdehnung von 18 mm [Cet11], sodass die Positionsungenauigkeit ohnehin nicht unter diesen Wert verringert werden kann. Weitaus bedeutsamer ist es daher, eine hohe Genauigkeit in der Bestimmung der Ausrichtung des Sensors zu erzielen und dieses Ziel wurde erreicht.

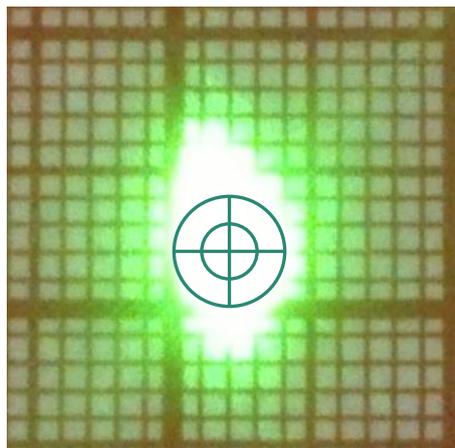


Abbildung 5.8: Fehlerabschätzung der Laserpunktposition. Das Foto zeigt einen der Laserpunkte auf dem Millimeterpapier der Zielplatte. Das Fadenkreuz liegt auf der abgelesenen Laserpunktposition. Der innere Kreis entspricht einer Unsicherheit von $\Delta P = \pm 1$ mm, der äußere Kreis einer Unsicherheit von $\Delta P = \pm 2$ mm.

KAPITEL 6

Magnetfeldanalyse

Die 14 Sensorinseln mit Bartington-Magnetometern sind aufgeteilt auf drei koaxiale Sensorringe, die das Hauptspektrometer bei verschiedenen Entfernungen z vom Mittelpunkt umschließen (für ausführlichere Bemerkungen zur Aufteilung und Nomenklatur der Sensorinseln siehe Anhang A). Der südliche Sensorring mit vier Sensoren wurde im Jahr 2013 installiert, die anderen beiden im August 2014 [Ada15, S. 43]. Im März 2017, zu Beginn der vorliegenden Arbeit, waren auch schon einige wenige Zielplatten montiert; im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde der Südring mit sämtlichen benötigten zwölf Zielplatten ausgestattet (drei Zielplatten für jeden der vier Sensorinseln des Südriings).

Die Weiterentwicklung der Positions- und Orientierungsbestimmung der Bartington-Magnetometer – insbesondere die Erweiterung des Funktionsumfanges von KLaPoS –

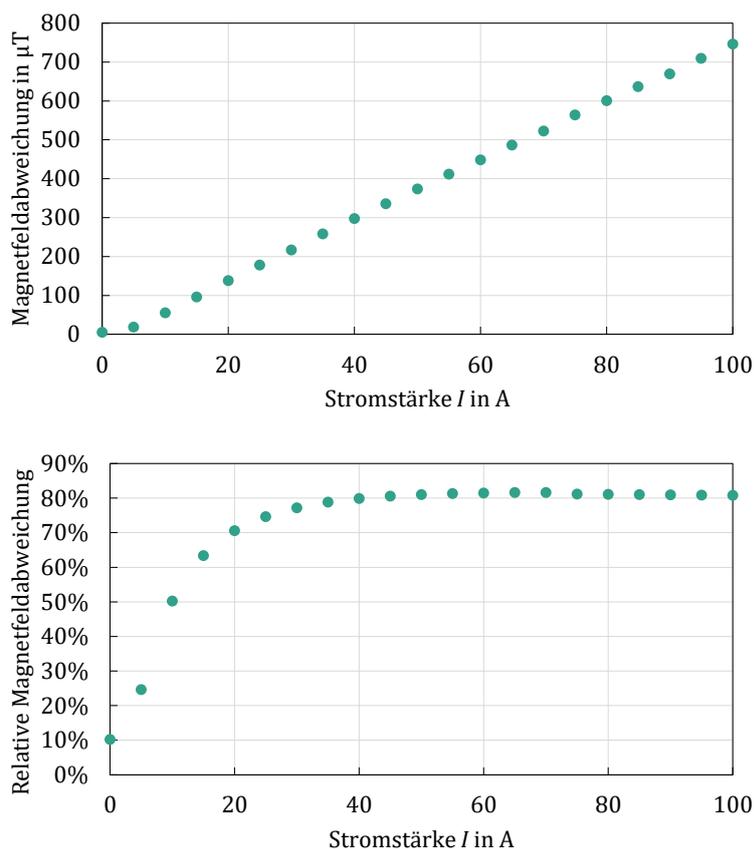


Abbildung 6.1: Absolute und relative Abweichung von Simulation und Messung in Abhängigkeit der Luftspulenstromstärke I .

war im April 2017 im Wesentlichen abgeschlossen. Im Anschluss daran wurden einige Magnetfeldanalysen mit dem Sensor BU32 durchgeführt. Dabei geht es grundsätzlich um die Abweichung zwischen den computersimulierten magnetischen Feldstärken am Ort des Sensors und den Messwerten, die der Bartington-Sensor liefert.

6.1 Abweichung von Simulation und Messung in Abhängigkeit der Luftspulenstromstärke

Am 20. und 21. April 2017 wurden für verschiedene Stromstärken der Luftspulen die Messwerte des Bartington-Sensors BU32 analysiert. Dabei hatten stets sämtliche 14 Luftspulen denselben Stromwert I , der schrittweise von 0 A auf 100 A erhöht wurde. Zur Datenanalyse wurde ein von Moritz Erhard erstelltes Skript¹ verwendet.

Die Ergebnisse dieser Analyse sind in Abbildung 6.1 dargestellt: Aufgetragen ist der Betrag der Abweichung des von Sensor BU32 gemessenen Magnetfelds von dem simulierten Magnetfeldwert am Ort des Sensors. Offensichtlich existiert für $I \geq 5$ A ein linearer Zusammenhang zwischen der Abweichung und der Stromstärke. Problematisch ist allerdings insbesondere die Größe der Abweichungen; für Ströme $I \geq 20$ A bewegt sie sich in Größenordnungen von 10^{-4} T.

Sehr deutlich wird die Größe der Abweichung bei Betrachtung der *relativen* Abweichung, also die Abweichung des Messwerts vom simulierten Wert, geteilt durch den Messwert selbst. Diese steigt auch bereits für Ströme $I \geq 20$ A auf über 70 % an.

Es stellt sich die Frage, ob die Abweichung auf Fehler in der Messung oder in der Simulation und Datenauswertung zurückzuführen ist. Für 19 der 21 Datenpunkte in Abbildung 6.1 ist der Messfehler auf das Magnetfeld, der von dem Sensor geliefert wird, kleiner als 10^{-6} T und damit weit unterhalb der Differenz zur Simulation. Im folgenden Abschnitt wird der Frage nachgegangen, ob die Magnetometer möglicherweise beschädigt worden sind.

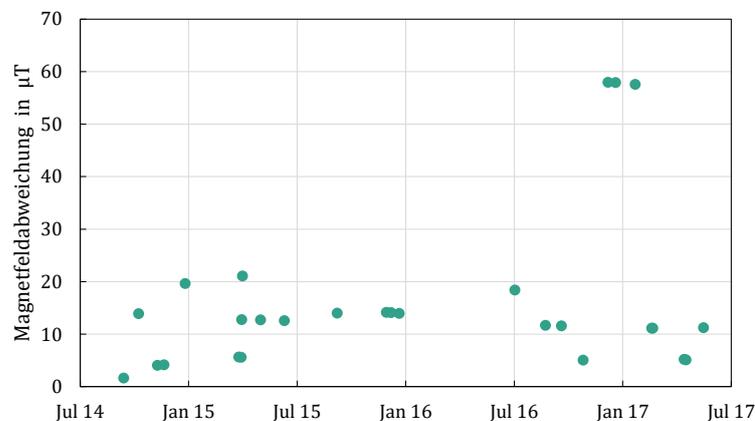


Abbildung 6.2: Langfristige Analyse von Nullfeldmessungen. Das Diagramm zeigt die Abweichung von simulierten Magnetfeldwerten von den tatsächlich gemessenen Werten des Sensors BU32 in einem Zeitraum zwischen Juli 2014 und Juli 2017.

¹ Dieses Skript findet sich in Kasper unter `config/Kassiopeia/SDS/FieldLinemonitor_SDS-III_Realistic.xml`.

6.2 Langfristige Analyse von Nullfeldmessungen

Nachdem, wie in Abschnitt 6.1 erläutert, eine große Abweichung zwischen den Messwerten und der Simulation festgestellt worden war, wurde untersucht, inwiefern die Bartington-Magnetometer möglicherweise beschädigt sein könnten. Eine Beschädigung ist möglich, wenn der Luftspulenstrom bei eingeschalteten Magnetometern auf deutlich über 100 A erhöht wird.

Dazu wurde die Abweichung zwischen Messung und Simulation zu diversen Zeitpunkten zwischen Juli 2014 und Mai 2017 untersucht. Diese Abweichungen sind in Abbildung 6.2 auf die Zeit aufgetragen, wobei für diese Analyse stets nur Daten erhoben wurden, für die der Strom sämtlicher Luftspulen (LFCS und EMCS) $I = 0 \text{ A}$ betrug (daher *Nullfeldmessungen*).

Zu sehen sind große Schwankungen in der Differenz zwischen Magnetfeldmessung und Simulation; häufig wurden Abweichungen von über $10 \mu\text{T}$ festgestellt. Wenn allerdings das Magnetometer zu einem bestimmten Zeitpunkt beschädigt worden wäre, so würde man ab diesem Zeitpunkt einen plötzlichen Anstieg in der Abweichung von der Simulation erwarten; einen derartigen plötzlichen Anstieg zeigt das Diagramm in Abbildung 6.2 aber nicht. Auch im aktuellen Jahr 2017 wurden noch Messwerte aufgezeichnet, die deutlich weniger als $10 \mu\text{T}$ von den simulierten Magnetfeldwerten abweichen.

KAPITEL 7

Zusammenfassung und Ausblick

Seit dem ersten experimentellen Nachweis des Neutrinos 1956 [Cha32] ist es bisher nicht gelungen, seine Masse zu bestimmen. Mit dem KATRIN-Experiment wird der Zweck verfolgt, die Neutrinomasse mit einer bis dato unerreichten Sensitivität von 0,2 eV zu messen [KAT05], indem das Energiespektrum der Elektronen aus dem Tritium- β -Zerfall mit hoher Genauigkeit aufgezeichnet wird. Unter Verwendung des Prinzips der Energieerhaltung kann damit auf die Neutrinomasse geschlossen werden.

Die Magnetfelder, die in dem Experiment benötigt werden, um die Elektronen aus dem Tritium-Zerfall durch den experimentellen Aufbau zu leiten, werden mit einer Vielzahl von Spulen erzeugt, die räumliche Magnetfeldverteilung wird mittels Computersimulationen berechnet und die Genauigkeit der Simulationsergebnisse mit verschiedenen Sensorsystemen überwacht.

Eines dieser Systeme setzt sich aus 14 Magnetometern des Herstellers *Bartington Instruments* zusammen, die sich an verschiedenen Positionen an der Außenwand des KATRIN-Hauptspektrometers befinden. Um die Messwerte dieser Sensoren mit den simulierten Magnetfeldwerten vergleichen zu können, ist eine genaue Kenntnis der Position des Sensors sowie der Orientierung der Messachsen nötig.

In der vorliegenden Arbeit wurde das Konzept zur Positions- und Orientierungsbestimmung von Marco Antoni entscheidend weiterentwickelt [Ant13]. Die von Marco Antoni erstellte Software KLaPoS wurde um wesentliche Funktionen erweitert. Dazu gehören

- die Umrechnung der zweidimensionalen Millimeterpapier-Koordinaten der Laserpunkte in die entsprechenden dreidimensionalen Koordinaten des KATRIN-Koordinatensystems unter Verwendung der per Lasertracker ermittelten Bohrlochpositionen auf den Zielplatten,
- die Erstellung einer KLaPoS-Klasse (`localDatabase`) zur Speicherung von unveränderlichen Messdaten, wie etwa die Winkel zwischen den Lasern der Laserbox sowie deren Fehler, die Koeffizienten m_i und m_{ij} (siehe Abschnitt 5.2) und auch die Bohrlochpositionen im zweidimensionalen Millimeterpapier-Koordinatensystem,
- der Zugriff auf die KATRIN-Datenbank und die dort gespeicherten Bohrlochpositionen im KATRIN-Koordinatensystem,
- die Berechnung von Unsicherheiten auf die ermittelte Position und Orientierung, sowie
- die Umrechnung der Messachsenvektoren in die von der KATRIN-Datenbank verwendeten Euler-Winkel.

Dieses System wurde an einer der Sensorinseln (BU32) erfolgreich getestet; es liefert Positions- und Orientierungsdaten, die in sehr guter Genauigkeit denen einer per Lasertracker durchgeführten Vergleichsmessung entsprechen.

Zuletzt wurden mit den neu bestimmten Positions- und Orientierungsdaten des Sensors BU32 Magnetfeldanalysen durchgeführt, die teils große Abweichungen zwischen Messung und Simulation zu Tage treten ließen. Um die Bartington-Sensoren sinnvoll zur Überwachung der Magnetfeldsimulation einsetzen zu können, wird es nötig sein, die Ursache für diese Abweichung zu ermitteln und zu beheben. Der Vermutung, dass das Magnetometer möglicherweise beschädigt worden war, ist bereits in dieser Arbeit nachgegangen worden. Ein Vergleich von Messdaten seit Juli 2014 konnte dafür jedoch keine Indizien liefern.

Die Software der Positions- und Orientierungsbestimmung – das Programm KLaPoS – wurde im Rahmen dieser Arbeit mit allen notwendigen und bisher gewünschten Funktionen ausgestattet; dieser Teil des Projektes kann in diesem Sinne als abgeschlossen betrachtet werden. Auf Seite der Hardware sind bereits seit Mitte 2014 alle 14 Sensorinseln montiert [Ada15, S. 42], im Rahmen dieser Arbeit wurden zudem alle vier Sensorinseln des Südringrings vollständig mit den jeweils drei benötigten Zielplatten ausgestattet. Für die Sensorinseln des mittleren Rings sowie des Nordrings hingegen sind noch nicht alle Zielplatten montiert. Mit dem Lasertracker vermessen wurden bisher nur die drei Zielplatten der Insel BU32.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass mit dieser Arbeit die wichtigsten Grundlagen der vorgestellten Methode zur Positions- und Optimierungsbestimmung der Bartington-Magnetometer abschließend geschaffen wurden. Für eine der Sensorinseln (BU32) wurde die Methode bereits vollständig angewandt. Nun ist es lediglich notwendig, auch alle anderen Sensorinseln mit den nötigen Zielplatten auszustatten, diese mit dem Lasertracker zu vermessen und die Datenbanken mit den gewonnenen Daten zu vervollständigen, um dieses Magnetfeldüberwachungssystem in Betriebsbereitschaft zu versetzen.

ANHANG A

Nomenklatur der Sensorinseln

Insgesamt sind vierzehn Sensorinseln mit Bartington-Magnetfeldsensoren am Hauptspektrometer installiert, wobei sie auf drei koaxiale Ringe aufgeteilt sind. Einer dieser Ringe umschließt das Hauptspektrometer mittig (M) bei $z \approx 0$, die anderen beiden bei $z \approx \pm 4,5$ m, wobei die positive z -Richtung ungefähr nach Norden (N) oder stromabwärts (*downstream*, D) zeigt, die negative entsprechend nach Süden (S) oder stromaufwärts (*upstream*, U). Die Begriffe *stromab-* und *stromaufwärts* beziehen sich auf den vorgesehenen Elektronenstrom: Die Tritiumquelle befindet sich stromaufwärts, der Detektor stromabwärts.

Die von Marco Antoni [Ant13] eingeführte Nomenklatur der Sensorinseln nutzt die Himmelsrichtungen N und S sowie M für den mittleren Ring. Anschließend folgen ein oder zwei Buchstaben, um zu beschreiben, in welche Himmelsrichtung die Kabelstränge der Sensorinsel verlegt wurden. Zuletzt folgt eine zweistellige Zahl, die sich als Minutenzahl interpretieren lässt und angibt, unter welchem Polarwinkel die Sensorinsel angebracht ist. Dabei wird das imaginäre Ziffernblatt in Richtung Süden bzw. stromaufwärts betrachtet; die Zahl 15 bedeutet demnach, dass die Sensorinsel auf der westlichen Seite am Hauptspektrometer angebracht ist. Diese Nomenklatur wird auch von Birgit Adams verwendet [Ada15].

Die Nomenklatur von Moritz Erhard [Erh16] beginnt stets mit einem B, um die Bartington-Sensorinseln von anderen Magnetometersystemen zu unterscheiden. Anstelle der Himmelsrichtungen werden die strombezogenen Abkürzungen D und U verwendet und anstelle der Minutenangabe werden die Sensoren eines Ringes durchnummeriert.

In der vorliegenden Arbeit werden die Vorteile dieser beiden Nomenklaturen kombiniert: Es werden die strombezogenen Angaben verwendet, da diese keine Kenntnis über die geografische Ausrichtung des Experiments voraussetzen. Auf eine willkürliche Nummerierung hingegen wird verzichtet, da die Minutenzahl auf anschauliche Weise die polare Position beschreibt.

KLaPoS verwendet die in dieser Arbeit verwendete Nomenklatur. Allerdings halten sich die Beschriftungen der Sensorinseln (deren Namen sind jeweils in die Laserboxen eingraviert) und die der Zielplatten (die per Filzstift beschriftet wurden) an die Nomenklatur von Antoni/Adams. Ebenso verwendet das Computersystem zur Steuerung der Laserboxen (*aircoilserver*) die Nomenklatur von Antoni/Adams.

Eine schnelle Übersicht über die verschiedenen Nomenklaturen bietet Tabelle A.1.

Tabelle A.1: Nomenklatur der Sensorinseln

Antoni/Adams	Erhard	diese Arbeit
SW02	B-U-2	BU02
SW17	B-U-3	BU17
SE32	B-U-4	BU32
SE47	B-U-1	BU47
MSW09	B-M-4	BM09
MNW19	B-M-5	BM19
MSW29	B-M-6	BM29
MNE39	B-M-1	BM39
MSE49	B-M-2	BM49
MSE59	B-M-3	BM59
NW11	B-D-3	BD11
NW26	B-D-4	BD26
NE41	B-D-1	BD41
NE56	B-D-2	BD56

ANHANG B

Übersicht über die Funktionsweise und Klassenstruktur von KLaPoS

KLaPoS (*KATRIN Laser Positioning System*) ist das ursprünglich von Marco Antoni [Ant13] entwickelte C++-Programm zur numerischen Berechnung der Magnetometerposition. Im Rahmen dieser Arbeit wurde KLaPoS um wesentliche Funktionen erweitert. Es nimmt nun die Bezeichnung eines Magnetometers (zum Beispiel *BU32*, siehe Anhang A) sowie die dreimal zwei Koordinaten der drei Laserpunkte im zweidimensionalen Zielplattensystem als Eingabewerte entgegen. Die Ausgabe beinhaltet die Magnetometer-Position \vec{M} im KATRIN-System, die Messachsen \hat{m} sowie die drei Euler-Winkel, die die Orientierung des Magnetometers definieren. Des Weiteren besteht für den Anwender die Möglichkeit, eine Fehlerrechnung durchzuführen: Dazu ist der Fehlerwert auf die Laserpunkt-Koordinaten sowie die Anzahl an Durchläufen manuell einzugeben. KLaPoS gibt daraufhin den ein- und zwei-Sigma-Wert auf Position und Ausrichtung aus (für weitere Informationen zu Berechnung der Fehler siehe Abschnitt 5.3).

B.1 Bildschirmausgabe und Benutzerschnittstelle

Die Bildschirmausgabe von KLaPoS an die Konsole sieht typischerweise wie folgt aus: In Zeile 1 wird KLaPoS, zum Beispiel aus dem Ordner *Kasperinstall/bin*, unter dem Namen *MagnetometerLaserPositioning* aufgerufen. Anschließend müssen der Name der Sensorinsel (hier *BU32*) sowie die x - und y -Koordinaten der Laserpunkte im Millimeterpapiersystem angegeben werden und zwar in der Reihenfolge $x_1 y_1 x_2 y_2 x_3 y_3$. Weitere Eingaben sind erforderlich in Zeile 15, um die Fehlerrechnung zu aktivieren, in Zeile 17, um den Fehler auf die Laserpunkte einzugeben sowie in Zeile 20, um die Anzahl an Durchläufen für die Fehlerrechnung festzulegen.

```
1 ...:~/Kasperinstall/bin$ MagnetometerLaserPositioning BU32 112 157 76 97 354 154
2
3 KLaPoS: KATRIN Laser Positioning System
4 =====
5
6 Magnetometer Position:
7 M = (-900.1642046, -5214.841657, -4454.74545) mm
8
9 Magnetometer Axes:
10 m1 = (-0.986125006, 0.1649784553, -0.01891209338)
11 m2 = (0.1650685506, 0.9862190288, 0.01070657922)
12 m3 = (0.01987959007, 0.008874536004, -0.9997564577)
13 Euler Angles (zy'z'') in Degrees: (22.03622864, 178.7544848, 31.53546303)
14
15 Calculate error sigma values? (1/0): 1
16 What is the error of each component of the position of the laser point in mm?
17 Error Delta P = 10
```

```

18 How many trials do you want to be calculated?
19 (1000 usually takes a few seconds, 10000 a few minutes, 100000 a few hours)
20 Trials n = 2000
21
22 The errors are calculated now ...
23 Error calculation finished:
24 One Sigma Error for L: 14.99167179 mm
25 Two Sigma Error for L: 24.17779741 mm
26 One Sigma Error for Psi: 0.5061761339 degrees
27 Two Sigma Error for Psi: 0.8006101848 degrees

```

B.2 Klassenstruktur

Abbildung B.1 zeigt eine Übersicht über die Klassen von KLaPoS. Im Folgenden wird die Funktion der einzelnen Klassen kurz erläutert.

- **localDatabase**

Die Klasse `localDatabase` bietet die Möglichkeit, Daten abzulegen, die nicht in der KATRIN-Datenbank liegen. Sinnvoll ist dies für Messdaten, die einmal aufgenommen werden und sich anschließend nicht mehr ändern. Im Rahmen dieser Arbeit wurden die Laserwinkel ϕ_{ij} , deren Fehler (aus [Ant13, S. 51]) und die Koeffizienten m_i und m_{ij} (siehe Abschnitt 5.2) der Sensorinseln des Upstreamrings (BU32, BU17, BU32, BU47), sowie die Bohrlochpositionen im Millimeterpapiersystem der Inseln BU32 und BU02 in die lokale Datenbank eingetragen. Dem Konstruktor der Klasse wird die Sensorinselnummer und die Nummer einer der drei Zielplatten übergeben. Über eine bestimmte Instanz der Klasse `localDatabase` lassen sich somit nur die Daten einer bestimmten Sensorinsel und Zielplatte abrufen. Dies erfolgt schließlich über Getter-Methoden.

- **mmu**

Die Klasse `mmu` dient der Berechnung des Minimums der Bewertungsfunktion $U(\vec{L})$, wie in Abschnitt 5.1.1 beschrieben. Dazu müssen zunächst die Positionen der Laserpunkte im KATRIN-Koordinatensystem mittels Setter-Methoden übergeben werden. Die Methode `find_best_L` gibt anschließend dasjenige \vec{L} zurück, das $U(\vec{L})$ minimiert.

- **mmuGaussError**

Die Klasse `mmuGaussError` erbt von der Klasse `mmu`. Sie wird verwendet, um nicht nur die Position \vec{L} des Laserursprungs zu finden, sondern auch den Fehler auf diese Position und die Ausrichtung. Die Winkelfehler $\Delta\phi_{ij}$ bezieht die Klasse dabei aus der lokalen Datenbank, die Fehler der Laserpunktpositionen $\Delta\vec{P}_i$ müssen über einen Setter übergeben werden. Die Klasse `mmuGaussError` verfügt über diverse Methoden zur Fehleranalyse, beispielsweise die Erstellung von Histogrammdaten oder Sigma-Werten. Weitere Informationen hierzu finden sich in Abschnitt 5.3.

- **GraphPaperPlate**

Die Klasse `GraphPaperPlate` berechnet die Position des entsprechenden Laserpunktes im KATRIN-Koordinatensystem. Eine Instanz dieser Klasse bezieht sich dabei auf eine einzelne Zielplatte, deren Nummer und Sensorinsel dem Konstruktor übergeben wird. Sie bezieht dann die Bohrlochpositionen im KATRIN-System aus der KATRIN-Datenbank und im Millimeterpapiersystem aus der lokalen Datenbank. Die Methode `calcKATRINlaserPointPos` übernimmt die Laserpunktposition im zweidimensionalen

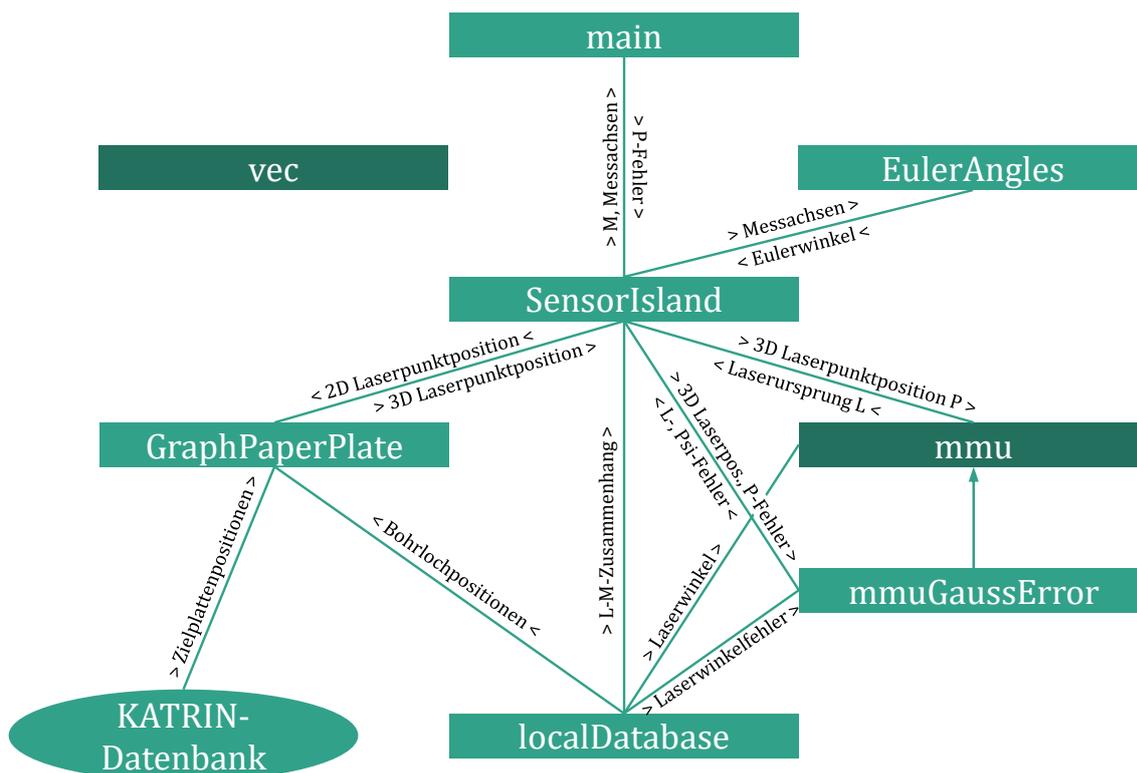


Abbildung B.1: Übersicht über die Klassenstruktur von KLaPoS. Jedes Rechteck steht für eine gleichnamige C++-Klasse. Die dunkelgrünen Klassen stammen von Marco Antoni [Ant13] und wurden in dieser Arbeit nur geringfügig angepasst. Die übrigen Klassen wurden im Rahmen dieser Arbeit neu erstellt.

Millimeterpapiersystem und berechnet, wie in Abschnitt 5.4 erläutert, die Position im KATRIN-Koordinatensystem.

- **SensorIsland**

Die Klasse `SensorIsland` dient vor allem als Schnittstelle zwischen der `main`-Klasse und den übrigen Klassen. Außerdem rechnet sie die Position des Lasersystems \vec{L} in die Magnetometerposition \vec{M} sowie in die Messachsen \hat{m}_i um. Entsprechend enthält sie die Methoden `calculateL`, `calculateMagnPos` sowie `calculateMeasAxis`. Zudem wurde eine Methode zur Berechnung der Sigma-Werte für die Fehler implementiert.

- **EulerAngles**

Die Klasse `EulerAngles` berechnet die Orientierung des Magnetometers in Form von Euler-Winkeln aus den Messachsen \hat{m}_i , da die Orientierung von Bauelementen in der KATRIN-Datenbank über Euler-Winkel festgelegt ist.

- **main**

Die `main`-Klasse deklariert Instanzen der Klasse `SensorIsland`, ruft deren Methoden auf und gibt die Ergebnisse auf dem Bildschirm aus.

- **vec**

Die Klasse `vec` enthält alle möglichen Methoden zum Umgang mit Vektoren. Auch viele Operatoren wie `+`, `-`, `<<` etc. sind überladen, sodass sich mit Instanzen der Klasse `vec` wie mit Vektoren rechnen lässt.

ANHANG C

Maße der Sensorinseln

Die Tabelle C.1 enthält alle nötigen geometrischen Informationen aller Sensorinseln, die zur Positionsbestimmung der Magnetometer nötig sind. Jede Sensorinsel umfasst in der Tabelle drei Zeilen mit den Indizes $i = 1, 2, 3$.

Der Spalte *Laserwinkel* können die Winkel zwischen den drei Lasern entnommen werden. Der Winkel in der Zeile $i = 1$ entspricht dabei jeweils dem Winkel ϕ_{12} zwischen den Lasern mit den Nummern 1 und 2, der Winkel in der Zeile $i = 2$ entspricht ϕ_{13} und der Winkel in der Zeile $i = 3$ entspricht ϕ_{23} . Diese Daten wurden von Marco Antoni ermittelt [Ant13, S. 51].

Die nächste Spalte enthält die Koeffizienten der Messpositionen m_i , mit denen sich unter Kenntnis der normierten Laserbasisvektoren \hat{l}_i und der Position des Laserursprungs \vec{L} die Magnetometerposition \vec{M} berechnen lässt:

$$\vec{M} = \vec{L} + \sum_i m_i \hat{l}_i. \quad (\text{C.1})$$

Diese Koeffizienten m_i sind in der Einheit Millimeter angegeben und unabhängig vom Koordinatensystem. Das heißt, dass die Komponenten des Vektors $\sum_i m_i \hat{l}_i$ in Millimeter zu verstehen sind (die \hat{l}_i sind dimensionslos). Das Koordinatensystem wird durch die Darstellung der \hat{l}_i festgelegt.

Die Koeffizienten der Messachsen m_{ji} liefern unter Kenntnis der normierten Laserbasisvektoren \hat{l}_i die Richtungsvektoren der Messachsen \hat{m}_j des Magnetometers:

$$\hat{m}_j = \sum_i m_{ji} \hat{l}_i. \quad (\text{C.2})$$

Diese Koeffizienten m_{ji} sind dimensionslos, sodass auch die \hat{m}_j dimensionslos sind. Die \hat{m}_j sind zudem normiert.

Die Messdaten zur Bestimmung der Koeffizienten m_i und m_{ji} wurden für den Upstreamring von Marco Antoni und für die anderen Sensorringe von Birgit Adams erhoben [Ant13, S. 73/74][Ada15, S. 83–87]. Weiterführende Informationen dazu finden sich in Abschnitt 5 der vorliegenden Arbeit sowie in der Arbeit von Marco Antoni [Ant13]. Zur Nomenklatur der Sensoren und der Sensorringe siehe Anhang A.

Tabelle C.1: Maße der Sensorinseln. Weitere Informationen im Fließtext unter Anhang C.

Insel	Index	Laserwinkel	Koeff. der Messpos.	Koeffizienten der Messachsen		
	i	$\phi_{12}, \phi_{13}, \phi_{23}$ in Grad	m_i in mm	m_{1i}	m_{2i}	m_{3i}
BU02	1	95,548 ± 0,095	32,733	0,312	-0,959	0,621
	2	118,656 ± 0,095	-32,731	-0,103	-0,804	-0,684
	3	104,252 ± 0,095	-84,620	-0,826	-0,784	0,414
BU17	1	102,069 ± 0,095	37,523	0,347	-0,967	0,547
	2	116,528 ± 0,095	-32,604	-0,097	-0,782	-0,689
	3	95,395 ± 0,095	-77,817	-0,791	-0,662	0,497
BU32	1	95,449 ± 0,095	34,111	0,317	-0,961	0,608
	2	118,931 ± 0,095	-32,436	-0,118	-0,810	-0,688
	3	104,531 ± 0,095	-83,787	-0,821	-0,788	0,424
BU47	1	102,517 ± 0,095	34,230	0,337	-0,980	0,544
	2	116,628 ± 0,095	-32,337	-0,100	-0,781	-0,690
	3	95,319 ± 0,095	-78,099	-0,797	-0,663	0,493
BM09	1	100,504 ± 0,095	-90,930	-0,493	-0,926	-0,349
	2	113,379 ± 0,095	51,754	0,208	-0,988	0,067
	3	110,900 ± 0,042	1,668	0,710	-0,852	0,823
BM19	1	111,131 ± 0,025	76,003	0,678	-0,797	0,521
	2	107,624 ± 0,052	-1,631	0,180	-0,956	-0,578
	3	100,112 ± 0,049	-49,181	-0,571	-0,818	0,481
BM29	1	93,377 ± 0,020	-90,712	-0,629	-0,743	-0,725
	2	118,132 ± 0,028	-16,082	-0,185	-1,068	0,535
	3	117,696 ± 0,035	20,895	0,472	-1,190	-0,483
BM39	1	100,519 ± 0,038	-71,912	-0,486	-0,928	-0,538
	2	113,376 ± 0,021	24,234	0,206	-0,989	0,562
	3	110,940 ± 0,042	47,011	0,717	-0,851	-0,545
BM49	1	111,132 ± 0,026	72,949	0,679	-0,796	0,518
	2	107,476 ± 0,020	3,226	0,177	-0,956	-0,578
	3	100,162 ± 0,018	-52,283	-0,571	-0,817	0,483
BM59	1	93,067 ± 0,038	-85,475	-0,630	-0,759	-0,720
	2	118,604 ± 0,031	-7,760	-0,179	-1,071	0,544
	3	118,045 ± 0,012	26,586	0,469	-1,207	-0,479
BD11	1	97,499 ± 0,095	-89,902	-0,688	-0,817	-0,523
	2	119,651 ± 0,095	9,212	-0,042	-0,794	0,688
	3	100,176 ± 0,095	26,536	0,461	-0,954	-0,559
BD26	1	91,759 ± 0,095	-92,136	-0,641	-0,873	-0,607
	2	123,184 ± 0,012	6,878	-0,029	-0,817	0,683
	3	105,645 ± 0,095	21,599	0,465	-1,045	-0,549
BD41	1	97,431 ± 0,095	-85,465	-0,692	-0,812	-0,524
	2	119,726 ± 0,095	5,288	-0,043	-0,792	-0,689
	3	99,824 ± 0,095	29,419	0,456	-0,949	-0,565
BD56	1	91,396 ± 0,016	-85,180	-0,657	-0,829	-0,610
	2	123,058 ± 0,031	10,572	-0,035	-0,818	0,684
	3	106,077 ± 0,029	25,375	0,470	-1,049	-0,544

Abkürzungsverzeichnis

BU32, BM29, usw.	Benennung der einzelnen Sensorinseln (siehe Anhang A)
CPS	Kryopumpenabschnitt Cryogenic Pumping Section
DPS	Differentialpumpenabschnitt Differential Pumping Section
EMCS	System zur Kompensation des Erdmagnetfelds Earth Magnetic Field Compensation System
FPD	Fokalebenendetektor Focal Plane Detector
KATRIN	Karlsruhe-Tritium-Neutrino-Experiment Karlsruhe Tritium Neutrino Experiment
KLaPoS	Software zur Ermittlung der Magnetometerposition KATRIN Laser Positioning System
LFCS	System zur Korrektur schwacher (Stör-)Felder Low Field Correction System
MAC-E-Filter	Magnetische adiabatische Kollimation mit elektrostatischem Filter Magnetic Adiabatic Collimation Combined with an Electrostatic Filter
MobSU	Mobile Sensoreinheit Mobile Sensor Unit
TLK	Tritiumlabor Karlsruhe Tritium Laboratory Karlsruhe
WGTS	Fensterlose gasförmige Tritiumquelle Windowless Gaseous Tritium Source

Abbildungsverzeichnis

2.1	Elementarteilchen des Standardmodells	3
3.1	Energiespektrum der Elektronen für verschiedene Neutrinomassen	7
3.2	Schema des MAC-E-Filters	9
3.3	Aufbau des KATRIN-Experiments	10
4.1	Prinzip des Fluxgate-Magnetometers	14
5.1	Sensorinsel und Zielplatte	17
5.2	Schema der Positions- und Orientierungsbestimmung mit dem Lasersystem .	18
5.3	Peripheriewinkelsatz	19
5.4	Histogramme der Positions- und Ausrichtungsfehler	23
5.5	Fehleranalyse für verschiedene Fehler der Laserpunktpositionen	25
5.6	Bestimmung der Laserpunktposition im KATRIN-Koordinatensystem	25
5.7	Illustration der möglichen Bohrlochkombinationen	27
5.8	Fehlerabschätzung der Laserpunktposition	29
6.1	Abweichung von Simulation und Messung in Abhängigkeit der Luftspulen- stromstärke	31
6.2	Langfristige Analyse von Nullfeldmessungen	32
B.1	Klassenstruktur von KLaPoS	41

Tabellenverzeichnis

5.1	Vergleichsmessung mit Lasertracker	28
A.1	Nomenklatur der Sensorinseln	38
C.1	Maße der Sensorinseln	44

Literatur

- [Ada15] ADAMS, BIRIGT: *Untersuchung magnetischer Materialien und Inbetriebnahme der Magnetfeldüberwachung am KATRIN-Hauptspektrometer*. Masterarbeit, Karlsruher Institut für Technologie, 2015 (siehe S. 13, 17, 18, 21, 31, 36, 37, 43).
- [Ant13] ANTONI, MARCO: *Entwicklung eines Sensornetzes zur kontinuierlichen Magnetfeldüberwachung am KATRIN-Hauptspektrometer*. Diplomarbeit, Karlsruher Institut für Technologie, 2013 (siehe S. 1, 15, 17–24, 35, 37, 39–41, 43).
- [Arf05] ARFKEN, G.B. und H.J. WEBER: *Mathematical Methods for Physicists*. 6. Auflage. Elsevier, 2005. ISBN: 0-12-088584-0 (siehe S. 22).
- [Ase11] ASEEV, V. N. u. a.: „Upper limit on the electron antineutrino mass from the Troitsk experiment“. *Phys. Rev. D* (11 Dez. 2011), Bd. 84: S. 112003. DOI: 10.1103/PhysRevD.84.112003. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.84.112003> (siehe S. 1, 6).
- [Bet39] BETHE, H. A.: „Energy Production in Stars“. *Phys. Rev.* (5 März 1939), Bd. 55: S. 434–456. DOI: 10.1103/PhysRev.55.434. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.55.434> (siehe S. 5).
- [Cet11] CETNIK, DANIEL: *Bartington Mag-03MS Outline Drawing*. Bartington Instruments. 2011. URL: <http://www.bartington.com/Literaturepdf/Drawings/mag03/Mag-03MS%20DR2587.pdf> (siehe S. 15, 29).
- [Cha32] CHADWICK, J.: „Possible Existence of a Neutron“. *Nature* (1932), Bd. 129: S. 312. DOI: 10.1038/129312a0. URL: <https://www.nature.com/nature/journal/v129/n3252/pdf/129312a0.pdf> (siehe S. 1, 4, 35).
- [Cow56] COWAN, C. L., F. REINES, F. B. HARRISON, H. W. KRUSE und A. D. MCGUIRE: „Detection of the Free Neutrino: a Confirmation“. *Science* (1956), Bd. 124(3212): S. 103–104. ISSN: 0036-8075. DOI: 10.1126/science.124.3212.103. URL: <http://science.sciencemag.org/content/124/3212/103> (siehe S. 4).
- [Dan62] DANBY, G., J.-M. GAILLARD, K. GOULIANOS, L. M. LEDERMAN, N. MISTRY, M. SCHWARTZ und J. STEINBERGER: „Observation of High-Energy Neutrino Reactions and the Existence of Two Kinds of Neutrinos“. *Phys. Rev. Lett.* (1 Juli 1962), Bd. 9: S. 36–44. DOI: 10.1103/PhysRevLett.9.36. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.9.36> (siehe S. 4).
- [Erh16] ERHARD, MORITZ: *Influence of the magnetic field on the transmission characteristics and the neutrino mass systematic of the KATRIN experiment*. Dissertation, Karlsruher Institut für Technologie, 2016 (siehe S. 8–11, 13, 14, 17, 37).
- [Fer34] FERMI, E.: „Versuch einer Theorie der β -Strahlen. I“. *Zeitschrift für Physik* (1934), Bd. 88(3): S. 161–177. ISSN: 0044-3328. DOI: 10.1007/BF01351864. URL: <http://dx.doi.org/10.1007/BF01351864> (siehe S. 4).

- [Fer00] FERMILAB: *Physicists Find First Direct Evidence for Tau Neutrino at Fermilab*. 2000. URL: <http://news.fnal.gov/2000/07/physicists-find-first-direct-evidence-tau-neutrino-fermilab/> (siehe S. 4).
- [GFZ17] GFZ HELMHOLTZ-ZENTRUM POTSDAM – DEUTSCHES GEOFORSCHUNGSZENTRUM: *IGRF-Deklinationsrechner*. Internationales geomagnetisches Referenzfeld, 12. Generation, 1900 – 2020. 2017. URL: <http://www.gfz-potsdam.de/deklinationsrechner/> (siehe S. 13).
- [Gil16] GIL, WOOSIK: „Quench Detection Method for the Inductively Coupled Superconducting Magnets of KATRIN“. *IEEE Transactions on Applied Superconductivity* (Juni 2016), Bd. 26(4). ISSN: 1051-8223. DOI: 10.1109/TASC.2016.2518402 (siehe S. 13).
- [Glü13] GLÜCK, FERENC, GUIDO DREXLIN, BENJAMIN LEIBER, SUSANNE MERTENS, ALEXANDER OSIPOWICZ, JAN REICH und NANCY WANDKOWSKY: „Electromagnetic design of the large-volume air coil system of the KATRIN experiment“. *New Journal of Physics* (2013), Bd. 15. DOI: 10.1088/1367-2630/15/8/083025. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.84.112003> (siehe S. 13).
- [Gol96] GOLUB, GENE H. und CHARLES F. VAN LOAN: *Matrix computations*. 3. Auflage. Johns Hopkins studies in the mathematical sciences. Johns Hopkins University Press, 1996. ISBN: 0-8018-5414-8 (siehe S. 22).
- [Gri08] GRIFFITHS, DAVID J.: *Introduction to elementary particles*. 2., rev. ed. Physics textbook. Weinheim: Wiley-VCH, 2008. ISBN: 3-527-40601-8; 978-3-527-40601-2 (siehe S. 1, 3–5).
- [Har15] HARMS, FABIAN: *Characterization and Minimization of Background Processes in the KATRIN Main Spectrometer*. Dissertation, Karlsruher Institut für Technologie, 2015 (siehe S. 8, 18).
- [Jan15] JANSEN, ALEXANDER: *The cryogenic pumping section of the KATRIN Experiment – Design studies and Experiments for the commissioning*. Dissertation, Karlsruher Institut für Technologie, 2015 (siehe S. 11).
- [Jat11] JATZKOWSKI, PHILIPP und ROBERT SCHMITT: *Ressourceneffiziente Kalibrierung von 5-Achs-Werkzeugmaschinen mit Tracking-Interferometern; 1. Aufl.* Bd. 2011,2. Aachen: Apprimus-Verl. Dissertation, RWTH Aachen, 2011. ISBN: 978-3-86359-011-6. URL: <http://publications.rwth-aachen.de/record/64545> (siehe S. 17).
- [Jur08] JURETZKO, MANFRED: *Studie zur geometrischen Vermessung der Modulbefestigungsbolzen des KATRIN-Spektrometertanks*. Geodätisches Institut, Universität Karlsruhe (TH), 2008 (siehe S. 9, 11, 26).
- [KAT01] KATRIN-KOLLABORATION: *KATRIN: A next generation tritium beta decay experiment with sub-eV sensitivity for the electron neutrino mass*. Letter of Intend, 2001 (siehe S. 8).
- [KAT05] KATRIN-KOLLABORATION: *KATRIN Design Report 2004*. Forschungszentrum Karlsruhe, Wissenschaftliche Berichte, 2005 (siehe S. 1, 7–10, 35).

- [KAT12] KATRIN-KOLLABORATION. Interne Grafiksammlung der KATRIN-Kollaboration, 2012 (siehe S. 9, 10).
- [Kod01] KODAMA, K. u. a.: „Observation of tau neutrino interactions“. *Phys. Lett.* (2001), Bd. B504: S. 218–224. DOI: 10.1016/S0370-2693(01)00307-0. URL: <https://arxiv.org/abs/hep-ex/0012035> (siehe S. 4).
- [Koe07] KOECHER, MAX und ALOYS KRIEG: *Ebene Geometrie*. 3. Aufl. Springer Berlin Heidelberg, 2007. ISBN: 978-3-540-49328-0. DOI: 10.1007/978-3-540-49328-0. URL: <http://link.springer.com/book/10.1007%2F978-3-540-49328-0> (siehe S. 19).
- [Les13] LESGOURGUES, JULIEN, GIANPIERO MANGANO, GENNARO MIELE und SERGIO PASTOR: *Neutrino Cosmology*. Cambridge University Press, 2013. DOI: 10.1017/CB09781139012874 (siehe S. 7).
- [Luc00] LUCAS LL, UNTERWEGER MP: „Comprehensive Review and Critical Evaluation of the Half-Life of Tritium“. *Journal of Research of the National Institute of Standards and Technology*. (2000), Bd. URL: <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC4877155/pdf/j54luc2.pdf> (siehe S. 8).
- [Luk11] LUKIC, S., B. BORNSCHEIN, L. BORNSCHEIN, G. DREXLIN, A. KOSMIDER, K. SCHLOESSER und A. WINDBERGER: *Measurement of the gas-flow reduction factor of the KATRIN DPS2-F differential pumping section*. Karlsruher Institut für Technologie, 2011 (siehe S. 11).
- [Luo06] LUO, X., CHR. DAY, V. HAUER, O.B. MALYSHEV, R.J. REID und F. SHARIPOV: „Monte Carlo simulation of gas flow through the KATRIN DPS2-F differential pumping system“. *Vacuum* (2006), Bd. 80(8): S. 864–869. ISSN: 0042-207X. DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.vacuum.2005.11.044>. URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0042207X05003891> (siehe S. 11).
- [Mis10] MISSMJ und POLLUKS: *Standard Model of Elementary Particles-de.svg*. Wikimedia Commons. 2010. URL: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Standard_Model_of_Elementary_Particles-de.svg?uselang=de (siehe S. 3).
- [Oli14] OLIVE, K.A. und PARTICLE DATA GROUP: „Review of Particle Physics“. *Chinese Physics C* (2014), Bd. 38(9): S. 090001. URL: <http://stacks.iop.org/1674-1137/38/i=9/a=090001> (siehe S. 6).
- [Ost16] OSTERTAG, RAPHAEL: *Testmessung und Simulation für das vertikale magnetische Sensorsystem am KATRIN Hauptspektrometer*. Bachelorarbeit, Karlsruher Institut für Technologie, 2016 (siehe S. 14).
- [Pau30] PAULI, WOLFGANG: *Offener Brief an die Gruppe der Radioaktiven bei der Gauvereinstagung in Tübingen*. 1930. URL: http://www.symmetrymagazine.org/sites/%20default/files/legacy/pdfs/%20200703/logbook_letter.pdf (siehe S. 1, 4).
- [Per75] PERL, M. L. u. a.: „Evidence for Anomalous Lepton Production in $e^+ - e^-$ Annihilation“. *Phys. Rev. Lett.* (22 Dez. 1975), Bd. 35: S. 1489–1492. DOI: 10.1103/PhysRevLett.35.1489. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.35.1489> (siehe S. 4).

- [Pov14] POVH, BODGAN, KLAUS RITH, CHRISTOPH SCHOLZ, FRANK ZETSCHKE und WERNER RODEJOHANN: *Teilchen und Kerne. Eine Einführung in die physikalischen Konzepte*. 9. Aufl. Springer Berlin Heidelberg, 2014. ISBN: 978-3-642-37822-5. DOI: 10.1007/987-3-642-37822-5. URL: <http://link.springer.com/book/10.1007/987-3-642-37822-5> (siehe S. 5, 6).
- [Pri79] PRIMDAHL, F.: „The Fluxgate Magnetometer“. *Journal of Physics E: Scientific Instruments* (1979), Bd. 12(4): S. 241. URL: <http://stacks.iop.org/0022-3735/12/i=4/a=001> (siehe S. 14).
- [Rei09] REICH, JAN: *Magnetic Field Measurements and Magnetic Materials in the KATRIN Hall*. 2009 (siehe S. 14).
- [Sac15] SACK, RUDOLF: *Aufbau einer Ionenquelle und Simulation der Transporteigenschaften der DPS und CPS am KATRIN Experiment*. Masterarbeit, Karlsruher Institut für Technologie, 2015 (siehe S. 11).
- [Sch06] SCHNEIDER, PETER: *Einführung in die extragalaktische Astronomie und Kosmologie*. Springer-Verlag, 2006. ISBN: 9783540305897 (siehe S. 1).
- [Sta13] STALLKAMP, NIELS: *Optimierung und erste Messung der Transmissionseigenschaften des KATRIN-Hauptspektrometers*. Diplomarbeit, Karlsruher Institut für Technologie, 2013 (siehe S. 11).
- [Wal13] WALL, BRANDON LEE: *Karlsruhe Tritium Experiment: Detector System Commissioning and In-Situ PIN-Diode Array Dead-Layer Measurement*. Dissertation, University of Washington, 2013. URL: <https://digital.lib.washington.edu/researchworks/handle/1773/22845> (siehe S. 11).
- [Wei09] WEISSTEIN, ERIC: *Spindle Torus*. MathWorld – A Wolfram Alpha Resource. 2009. URL: <http://mathworld.wolfram.com/SpindleTorus.html> (siehe S. 19).
- [Zyk12] ZYKURE: *KATRIN Spectrum.svg*. Wikimedia Commons. 2012. URL: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:KATRIN_Spectrum.svg (siehe S. 7).

Danksagung

Abschließend möchte ich mich bei allen bedanken, die mich beim Gelingen meiner Bachelorarbeit unterstützt haben.

- Zuallererst danke ich meinen Eltern, Claudia und Adrian Römer, dafür, dass sie mir die Möglichkeit gegeben haben, Physik zu studieren. Ihre beinahe unbedingte Unterstützung für alles, was ich tue, ist absolut Gold wert.
- Ich danke Professor Guido Drexlin für die Möglichkeit meine Bachelorarbeit am KATRIN-Experiment schreiben zu dürfen.
- Ein besonderer Dank gilt natürlich meinen Betreuern Moritz Erhard und Marco Deffert für die weitreichende Unterstützung bei der Erstellung meiner Arbeit.
- Danken möchte ich außerdem Klaus Müller, der für mich die Lasertracker-Messungen in die Wege geleitet hat, und Daniel Kuntz vom Technik-Haus des KIT, der sie durchgeführt hat. Ein besonderer Dank gilt ihnen dafür, dass die wiederholten Messungen vor den Krypton-Testmessungen durchgeführt werden konnten, sodass sich der Abschluss meiner Arbeit nicht verzögerte.
- Mein Dank gilt außerdem allen anderen, die mich bei konkreten Problemen unterstützt haben. Namentlich sind dies, in der Hoffnung niemanden zu vergessen, Jan Behrens, Daniel Hilke, Joachim Wolf, Ferenc Glück, Armen Beglarian, Martin Mark, Florian Heizmann und Fabian Harms.
- Ich möchte auch allgemein dem ganzen Team des KATRIN-Experiments für die angenehme und produktive Arbeitsatmosphäre danken und wünsche allen eine erfolgreiche Durchführung des Projekts.
- Last but definitely not least möchte ich Tonia Windbichler und Philipp Löffler für das Korrekturlesen meiner Arbeit bedanken, die ihre Zeit geopfert haben, um die Arbeit von Rechtschreibfehlern zu befreien, sowie für die zahlreichen nützlichen Hinweise, die den Text lesbarer und verständlicher gemacht haben.

